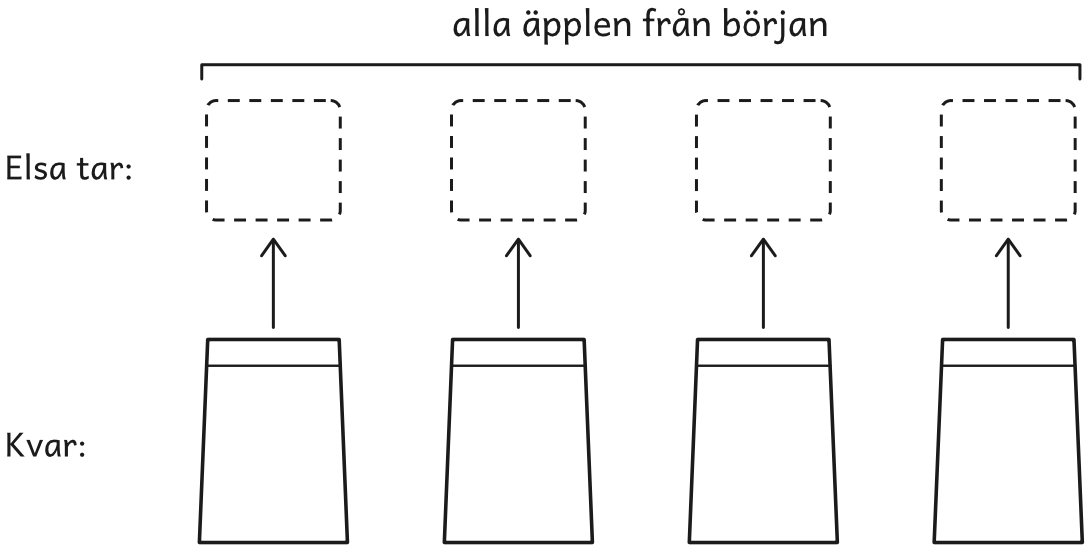
Äpplena

Fyra påsar med äpplen står på bänken. I påsarna finns 25 äpplen tillsammans. Elsa tar lika många äpplen ur varje påse. Sedan finns det 1, 2, 3 och 3 äpplen kvar i påsarna.



Frågorna

1. Hur många äpplen tog Elsa ur varje påse?
2. Hur många äpplen fanns det i varje påse från början?

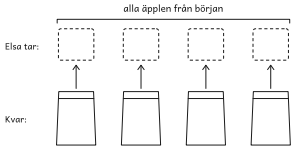
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Taluppfattning

Äpplena

Problemet

Fyra påsar med äpplen står på bänken. I påsarna finns 25 äpplen tillsammans. Elsa tar lika många äpplen ur varje påse. Sedan finns det 1, 2, 3 och 3 äpplen kvar i påsarna.



Hur många äpplen tog Elsa ur varje påse?

Hur många äpplen fanns det i varje påse från början?

Svaret: 4 äpplen ur varje påse. Påsarna hade 5, 6, 7 och 7 äpplen.
Kontroll: 5 + 6 + 7 + 7 = 25, och 5 − 4 = 1, 6 − 4 = 2, 7 − 4 = 3.

Idén: *Det Elsa tar ur påsarna är fyra lika delar.*

Lösning A: pröva och förbättra

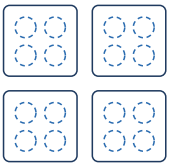
ur varje påse	påsarna från början	ihop
2	3, 4, 5, 5	17 för få
3	4, 5, 6, 6	21 för få
4	5, 6, 7, 7	25 ✓

+ 4
+ 4

Så räknade vi sista raden: 5 + 6 + 7 + 7 = 25

Eleven prövar 2, 3 och 4 ur varje påse, och alla äpplen från början blir 4 fler för varje rad.

Lösning B: räkna baklänges



16 äpplen i 4 lika delar

Kvar: 1 + 2 + 3 + 3 = 9
↓
Elsa tog 25 − 9 = 16
↓
16 / 4 = 4 ur varje påse

Kontroll: påsarna från början
5 + 6 + 7 + 7 = 25 ✓

Eleven räknar först de 9 äpplen som är kvar och delar de 16 som Elsa tog i fyra lika delar.

Lösning C: tankevurpa

1 + 2 + 3 + 3 = 9

25 − 9 = 16

Svar: Elsa tog 16 ur varje påse.

16 är alla äpplen som Elsa tog, och den andra frågan saknar svar.

Fråga: ”Hur många äpplen hade påsarna från början, om Elsa tog 16 ur varje?”

Frågor om tankarna bakom

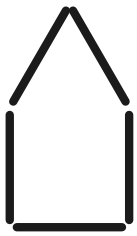
1. Vad ändrar eleven i lösning A från rad till rad, och vad händer med alla äpplen från början?
2. Varför räknar eleven i lösning B först de äpplen som är kvar?
3. Var syns det i båda lösningarna att det Elsa tog är fyra lika delar?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 påsar och 100 äpplen, och varför?

Visa och jämför lösningar

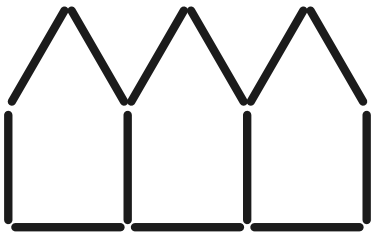
- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Fiskebodarna

Lisa bygger fiskebodar av stickor. En bod har ett golv, två väggar och ett tak av två stickor. När bodarna står i rad, delar två bodar på en vägg. Bilden visar en bod och tre bodar i rad.



en bod



tre bodar i rad

Frågorna

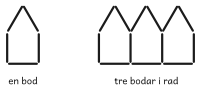
1. Hur många stickor behövs till 6 bodar i rad?
2. Hur många stickor behövs till 20 bodar i rad?

LÖSNINGSFÖRSLAG · ALGEBRA

FISKEBODARNA

PROBLEMET

Lisa bygger fiskebodar av stickor. En bod har ett golv, två väggar och ett tak av två stickor. När bodarna står i rad, delar två bodar på en vägg. Bilden visar en bod och tre bodar i rad.



Hur många stickor behövs till 6 bodar i rad?

Hur många stickor behövs till 20 bodar i rad?

Svaret: 25 stickor till 6 bodar och 81 stickor till 20 bodar.
Kontroll: 6 · 5 − 5 = 25 och 20 · 5 − 19 = 81, där 5 och 19 väggar delas.

IDÉN: *Varje ny bod tar 4 stickor till, eftersom den delar en vägg med boden före.*

LÖSNING A: FORTSÄTTA TABELLEN

bodar	stickor		bodar	stickor
1	5		11	45
2	9	+ 4	12	49
3	13	+ 4	13	53
4	17	+ 4	14	57
5	21		15	61
6	25		16	65
7	29		17	69
8	33		18	73
9	37		19	77
10	41		20	81

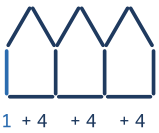
Varje ny bod ger 4 stickor till.

6 bodar: 25 stickor ✓

20 bodar: 81 stickor ✓

Eleven räknar stickorna till 1, 2 och 3 bodar och fortsätter tabellen med 4 till för varje bod.

LÖSNING B: SE STRUKTUREN



den första väggen och 4 för varje bod

Första väggen: 1 sticka
Varje bod: 4 stickor till
↓
6 bodar: 1 + 6 · 4 = 25
↓
20 bodar: 1 + 20 · 4 = 81

Kontroll: 3 bodar på bilden
1 + 3 · 4 = 13 stickor ✓

Eleven ser den första väggen för sig och 4 stickor för varje bod: golvet, taket och väggen till höger.

LÖSNING C: TANKEVURPA

En bod har 5 stickor.

6 · 5 = 30

20 · 5 = 100

Svar: 30 och 100 stickor.

Eleven glömmer att två bodar delar en vägg. Bilden med 3 bodar har 13 stickor, och 3 · 5 = 15.
Fråga: ”Var räknar eleven för många stickor?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

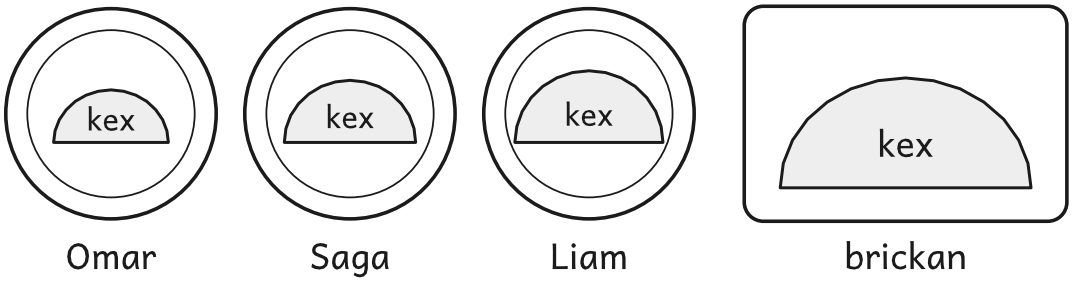
1. Hur fortsätter eleven tabellen i lösning A från rad till rad?
2. Varför börjar eleven i lösning B med 1 sticka?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje ny bod tar 4 stickor till?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 99 bodar, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Kexen

Tre barn har var sitt fat med kex. På Omars fat ligger 3 kex, på Sagas 4 och på Liams 5. På en bricka ligger 15 kex till. Barnen delar på kexen från brickan, så att alla tre har lika många kex till slut.



Frågorna

1. Hur många kex har vart och ett av barnen till slut?
2. Hur många kex från brickan får vart och ett av barnen?

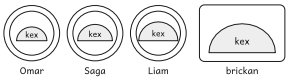
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Taluppfattning

Kexen

Problemet

Tre barn har var sitt fat med kex. På Omars fat ligger 3 kex, på Sagas 4 och på Liams 5. På en bricka ligger 15 kex till. Barnen delar på kexen från brickan, så att alla tre har lika många kex till slut.



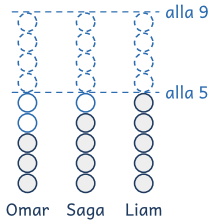
Hur många kex har vart och ett av barnen till slut?

Hur många kex från brickan får vart och ett av barnen?

Svaret: 9 kex var. Från brickan får Omar 6, Saga 5 och Liam 4.
Kontroll: 3 + 6 = 9, 4 + 5 = 9 och 5 + 4 = 9, och 6 + 5 + 4 = 15.

Idén: *Barnen delar alla 27 kex lika, och var och en får det som fattas till 9.*

Lösning A: Jämna ut



Först får alla 5:
Omar 2, Saga 1, Liam 0
↓
15 − 3 = 12 kvar
↓
12 / 3 = 4 var
↓
Alla har 5 + 4 = 9 ✓

Från brickan:
Omar 6, Saga 5, Liam 4

Eleven ger först Omar 2 och Saga 1, så att alla har 5, och delar sedan resten lika.

Lösning B: Räkna alla kex



9 kex var.
De streckade är från brickan.

Alla kex:
3 + 4 + 5 + 15 = 27
↓
27 / 3 = 9 var
↓
Omar 9 − 3 = 6
Saga 9 − 4 = 5
Liam 9 − 5 = 4

Kontroll: 6 + 5 + 4 = 15 ✓

Eleven lägger ihop alla 27 kex, delar med 3 och räknar hur många var och en saknar till 9.

Lösning C: Tankevurpa

Brickan har 15 kex.

15 / 3 = 5

Svar: Alla får 5 från brickan.

Eleven delar kexen på brickan lika, men barnen ska ha lika många kex till slut.

Fråga: ”Hur många kex har Omar och Liam till slut med elevens svar?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför ger eleven i lösning A först kex till Omar och Saga?
2. Varför räknar eleven i lösning B alla kexen, också de på faten?
3. Var syns det i båda lösningarna att var och en får det som fattas till 9?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 barn, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Chokladbollarna

Gruppen vill göra 30 chokladbollar till klassens fest. Receptet räcker till 20 bollar, och till dem behövs 4 dl havregryn, 2 dl socker, 100 g smör och 2 msk kakao.

Chokladbollar

havregryn

socker

smör

kakao

Frågan

Hur mycket av varje sak behövs till 30 chokladbollar?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Samband och förändring

Chokladbollarna

Problemet

Gruppen vill göra 30 chokladbollar till klassens fest. Receptet räcker till 20 bollar, och till dem behövs 4 dl havregryn, 2 dl socker, 100 g smör och 2 msk kakao.



Hur mycket av varje sak behövs till 30 chokladbollar?

Svaret: 6 dl havregryn, 3 dl socker, 150 g smör och 3 msk kakao.
Kontroll: Per boll: 6 / 30 = 4 / 20, 3 / 30 = 2 / 20 och 150 / 30 = 100 / 20.

Idén: *30 bollar kräver receptet en och en halv gång.*

Lösning A: lägga till hälften

bollar	havregryn	socker	smör	kakao
20	4 dl	2 dl	100 g	2 msk
10	2 dl	1 dl	50 g	1 msk
30	6 dl	3 dl	150 g	3 msk

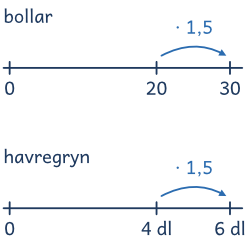
↓ hälften

20 och 10 ihop

Så räknade vi havregrynet:
4 / 2 = 2 dl och 4 + 2 = 6 dl

Eleven halverar receptet till 10 bollar och lägger ihop raderna för 20 och 10 bollar.

Lösning B: receptet 1,5 gånger



30 / 20 = 1,5
Allt gånger 1,5:
1,5 · 4 = 6 dl havregryn
1,5 · 2 = 3 dl socker
1,5 · 100 = 150 g smör
1,5 · 2 = 3 msk kakao

Kontroll per boll:
6 / 30 = 4 / 20 ✓

Eleven ser att 30 bollar är 1,5 gånger så många som 20 och tar varje mått gånger 1,5.

Lösning C: tankevurpa

30 bollar är 10 fler än 20.
4 + 10 = 14 och 2 + 10 = 12
100 + 10 = 110
Svar: 14, 12, 110 och 12.

Eleven lägger till 10 på varje mått. Bollarna blir 1,5 gånger så många, och måtten ska bli 1,5 gånger så stora.
Fråga: ”Vad ger elevens sätt för 10 bollar?”

Frågor om tankarna bakom

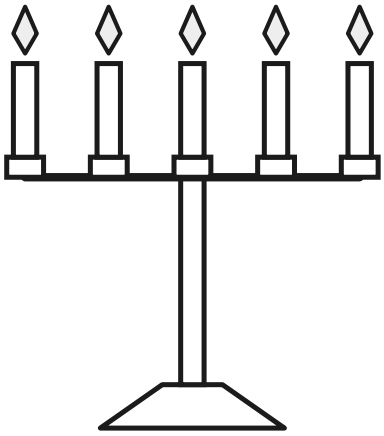
1. Hur får eleven i lösning A raden för 30 bollar?
2. Varför tar eleven i lösning B varje mått gånger 1,5?
3. Var syns det i båda lösningarna att 30 bollar kräver receptet en och en halv gång?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 70 bollar, och varför?

Visa och jämför lösningar

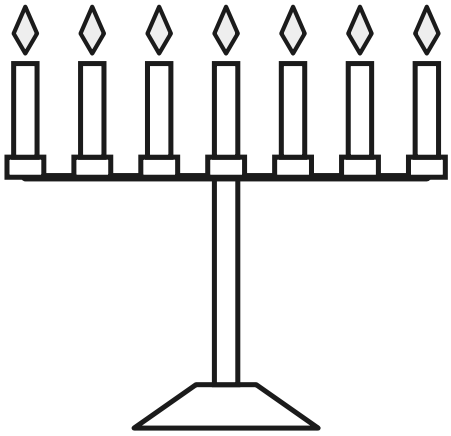
- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Ljusstakarna

På ett slott finns 29 ljusstakar. Några av dem har plats för fem ljus, och några har plats för sju ljus. Sammanlagt behövs 187 ljus.



femarmad: 5 ljus



sjuarmad: 7 ljus

Frågan

Hur många ljusstakar finns det av varje sort?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

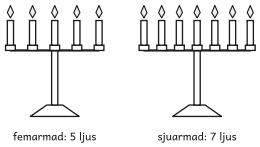
Lösningsförslag · Algebra

Ljusstakarna

Problemet

På ett slott finns 29 ljusstakar. Några av dem har plats för fem ljus, och några har plats för sju ljus. Sammanlagt behövs 187 ljus.

Hur många ljusstakar finns det av varje sort?



Svaret: 8 femarmade och 21 sjuarmade.
Kontroll: 8 · 5 + 21 · 7 = 40 + 147 = 187, och 8 + 21 = 29.

Idén: *Två okända tal som hänger ihop: en sjuarmad har två ljus mer än en femarmad.*

Lösning A: byta tio i taget

femarmade	sjuarmade	ljus ihop
29	0	145 för få
19	10	165
9	20	185 nästan!
8	21	187 ✓

Så räknade vi andra raden:
19 · 5 = 95
10 · 7 = 70
95 + 70 = 165

Eleven prövar i en tabell och byter först tio stakar i taget och sedan en, tills ljusen blir 187.

Lösning B: alla är femarmade



Om alla 29 vore femarmade:
29 · 5 = 145 ljus
↓
187 − 145 = 42 ljus saknas
↓
42 / 2 = 21 sjuarmade
↓
29 − 21 = 8 femarmade

Kontroll: 8 · 5 + 21 · 7
= 40 + 147 = 187 ✓

Eleven tänker sig att alla 29 är femarmade och delar de 42 ljus som saknas med 2.

Lösning C: tankevurpa

26 · 7 = 182
182 + 5 = 187
Svar: 26 sjuarmade, 1 femarmad.

Stämmer med ljusen men inte med stakarna:
26 + 1 = 27, och det ska vara 29.
Fråga: ”Hur många stakar blir det i elevens svar?”

Frågor om tankarna bakom

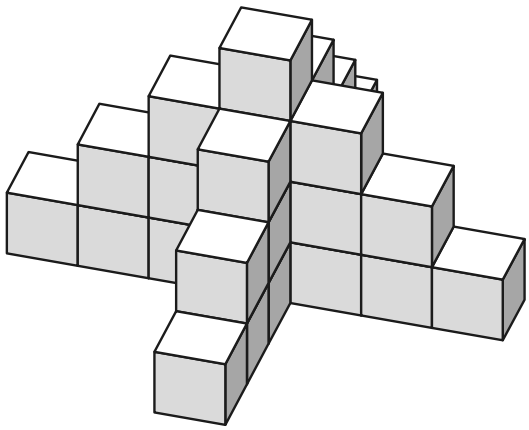
1. Vad gör eleven i lösning A från rad till rad?
2. Varför räknar eleven i lösning B 187 − 145?
3. Var syns det i båda lösningarna att en sjuarmad har två ljus mer än en femarmad?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om det var många fler stakar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Tornet

Moa bygger ett torn av kuber. Tornet har en stolpe i mitten och en trappa åt fyra håll. Tornet på bilden är 4 kuber högt.



tornet, 4 kuber högt

Frågorna

1. Hur många kuber behövs till tornet på bilden?
2. Hur många kuber behövs till ett torn som är 5 kuber högt?

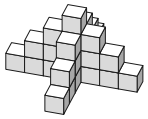
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Algebra

Tornet

Problemet

Moa bygger ett torn av kuber. Tornet har en stolpe i mitten och en trappa åt fyra håll. Tornet på bilden är 4 kuber högt.



tornet, 4 kuber högt

Hur många kuber behövs till tornet på bilden?

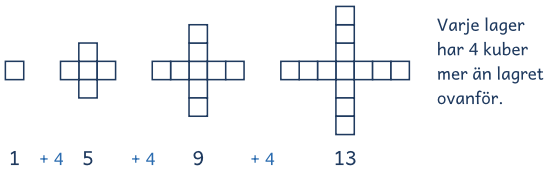
Hur många kuber behövs till ett torn som är 5 kuber högt?

Svaret: 28 kuber, och 45 kuber när tornet är 5 kuber högt.
Kontroll: Stolpe och trappor: $4 + 4 \cdot (1 + 2 + 3) = 28$ och $5 + 4 \cdot 10 = 45$.

Idén: *De fyra trapporna är lika, så varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.*

Lösning A: lager för lager

Lagren uppifrån:



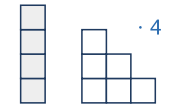
Varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.

$1 + 5 + 9 + 13 = 28$ kuber ✓

Höjden 5: ett lager till med $13 + 4 = 17$, och $28 + 17 = 45$ kuber ✓

Eleven räknar lagren uppifrån, 1, 5, 9 och 13 kuber, och ser att varje lager har 4 kuber mer.

Lösning B: stolpen och fyra trappor



Stolpen: 4 kuber
En trappa: $1 + 2 + 3 = 6$
↓
Fyra trappor: $4 \cdot 6 = 24$
↓
$4 + 24 = 28$ kuber ✓

Höjden 5: en trappa har $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ kuber, och $5 + 4 \cdot 10 = 45$ kuber ✓

Eleven räknar stolpen för sig och en trappa, och tar trappan fyra gånger.

Lösning C: tankevurpa

$1 + 2 + 3 = 6$ och $4 \cdot 6 = 24$

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

$4 \cdot 10 = 40$

Svar: 24 och 40 kuber.

Fyra trappor stämmer, men stolpen i mitten saknas: $24 + 4 = 28$ och $40 + 5 = 45$.

Fråga: ”Vilka kuber har eleven inte räknat?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad räknar eleven i lösning A i varje lager, och hur växer lagren?
2. Varför räknar eleven i lösning B en trappa och tar den fyra gånger?
3. Var syns det i båda lösningarna att de fyra trapporna är lika?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för ett torn som är 10 kuber högt, och varför?

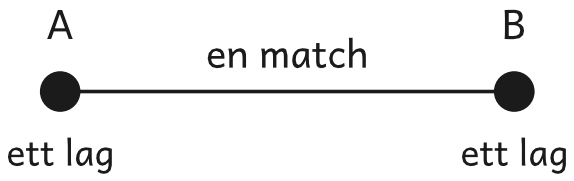
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Nämnaren 2024:2.

Matcherna

Fyra lag spelar bandy i en turnering. Varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen.



Frågorna

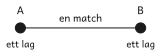
1. Hur många matcher blir det i turneringen?
2. Hur många matcher blir det, om 6 lag är med?

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Matcherna

Problemet

Fyra lag spelar bandy i en turnering. Varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen.



Hur många matcher blir det i turneringen?

Hur många matcher blir det, om 6 lag är med?

Svaret: 6 matcher med 4 lag och 15 matcher med 6 lag.
Kontroll: AB, AC, AD, BC, BD och CD är 6 matcher, och 6 · 5 / 2 = 15.

Idén: *Varje match är ett par lag, som bara räknas en gång.*

Lösning A: en lista i ordning

6 lag:

AB AC AD AE AF	5
BC BD BE BF	4
CD CE CF	3
DE DF	2
EF	1

5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 ✓
matcher

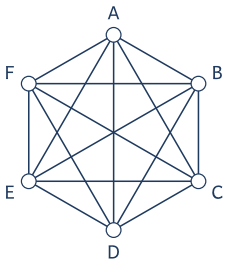
4 lag:

AB AC AD	
BC BD	
CD	

3 + 2 + 1 = 6 ✓

Eleven listar lag A:s matcher först, sedan B:s nya, och får en match mindre för varje lag.

Lösning B: prickar och streck



Varje lag har 5 streck:
6 · 5 = 30
↓
Varje streck har två lag, så det är räknat två gånger:
↓
30 / 2 = 15 matcher ✓

4 lag: 4 · 3 = 12
och 12 / 2 = 6 matcher ✓

Eleven drar 5 streck från varje lag och delar 30 med 2, eftersom varje streck räknas två gånger.

Lösning C: tankevurpa

Med 4 lag spelar varje lag 3.
4 · 3 = 12 och 6 · 5 = 30
Svar: 12 och 30 matcher.

Varje match är räknad två gånger, som A mot B och B mot A, och de är samma match.
Fråga: ”Hur kan ni kontrollera 12 med en lista?”

Frågor om tankarna bakom

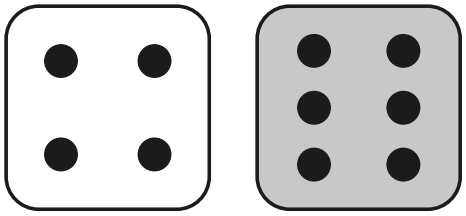
1. Varför skriver eleven i lösning A en match mindre på varje rad?
2. Varför delar eleven i lösning B 30 med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att lag A mot lag B och B mot A är samma match?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 lag, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Tärningarna

Sam och Ida kastar två vanliga tärningar, med 1 till 6 prickar. De lägger ihop prickarna och får kastets summa. Kastet på bilden har summan 4 + 6 = 10.



4 + 6 = 10

Frågorna

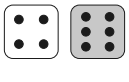
1. Vilken summa kommer oftast, om de kastar många gånger?
2. Hur kan ni visa att det är så?

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Tärningarna

Problemet

Sam och Ida kastar två vanliga tärningar, med 1 till 6 prickar. De lägger ihop prickarna och får kastets summa. Kastet på bilden har summan 4 + 6 = 10.



4 + 6 = 10

Vilken summa kommer oftast, om de kastar många gånger?

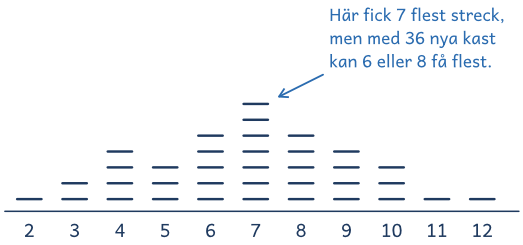
Hur kan ni visa att det är så?

Svaret: 7, som kommer i 6 av 36 utfall. En tabell med alla utfall visar det.
Kontroll: Av 6 · 6 = 36 utfall ger 6 summan 7, och 5 var ger summorna 6 och 8.

Idén: *Summan 7 kan bli på flest sätt, i 6 av de 36 utfallen.*

Lösning A: kasta och sätta streck

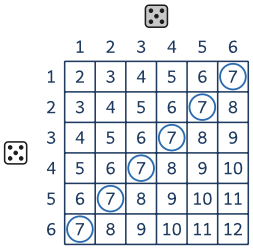
Vi kastade 36 gånger:



Kontroll: 1 + 2 + 4 + 3 + 5 + 7 + 5 + 4 + 3 + 1 + 1 = 36 ✓

Eleven kastar 36 gånger. Här fick 7 flest streck, men med 36 nya kast kan 6 eller 8 få flest.

Lösning B: alla möjliga utfall



	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	(7)
2	3	4	5	6	(7)	8
3	4	5	6	(7)	8	9
4	5	6	(7)	8	9	10
5	6	(7)	8	9	10	11
6	(7)	8	9	10	11	12

Alla utfall:
6 · 6 = 36
↓
7 står 6 gånger
6 och 8 står 5 gånger
2 och 12 står 1 gång

Kontroll: 7 blir
1 + 6, 2 + 5, 3 + 4,
4 + 3, 5 + 2 och 6 + 1 ✓

Eleven skriver summorna i en tabell med den vita och den grå tärningen, och 7 står sex gånger.

Lösning C: tankevurpa

7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4
6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3
8 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4
Svar: 6, 7 och 8 lika vanliga.

3 + 4 och 4 + 3 är olika kast, så 7 går på 6 sätt.
Fråga: ”Hur kan ni pröva elevens svar med en vit och en grå tärning?”

Frågor om tankarna bakom

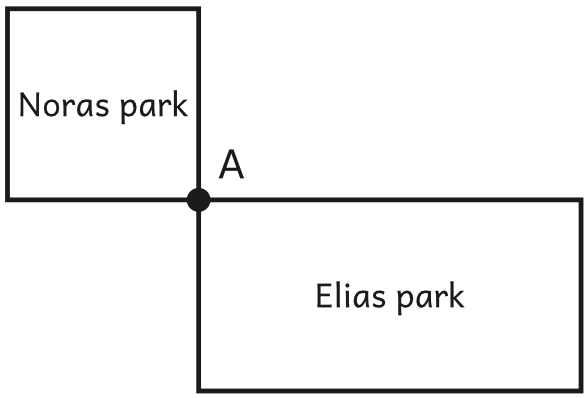
1. Vad gör eleven i lösning A, och vad visar strecken?
2. Varför står både 3 + 4 och 4 + 3 i tabellen i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att 7 är vanligast, och vilken visar varför?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med tre tärningar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Parken

Nora och Elias går runt var sin park. Noras park är en kvadrat med sidan 50 m. Elias park är en rektangel som är 100 m lång och 50 m bred. De börjar samtidigt i punkten A, där parkerna möts, och går lika fort.



Frågorna

1. Hur många meter är det runt varje park?
2. Hur många varv har var och en gått, när de möts i A igen för första gången?

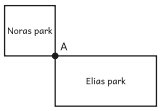
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

LÖSNINGSFÖRSLAG · GEOMETRI

PARKEN

PROBLEMET

Nora och Elias går runt var sin park. Noras park är en kvadrat med sidan 50 m. Elias park är en rektangel som är 100 m lång och 50 m bred. De börjar samtidigt i punkten A, där parkerna möts, och går lika fort.



Hur många meter är det runt varje park?

Hur många varv har var och en gått, när de möts i A igen för första gången?

Svaret: Parkerna är 200 m och 300 m runt. Nora går 3 varv och Elias 2.
Kontroll: 4 · 50 = 200, 2 · 100 + 2 · 50 = 300, och 3 · 200 = 2 · 300 = 600.

IDÉN: *De möts i punkten A när båda har gått hela varv och lika långt.*

LÖSNING A: METER EFTER VARJE VARV

Nora: 50 + 50 + 50 + 50 = 200 m
Elias: 100 + 50 + 100 + 50 = 300 m

varv	Nora	Elias
1	200 m	300 m
2	400 m	600 m
3	600 m	900 m

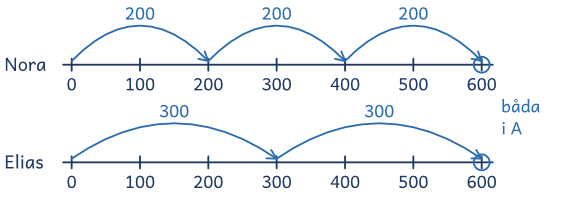
Båda har gått 600 m och är i A.

Nora: 3 varv ✓
Elias: 2 varv ✓

Eleven skriver hur långt var och en har gått efter varje varv, tills samma tal står hos båda.

LÖSNING B: HOPP PÅ TALLINJER

Runt: 4 · 50 = 200 m och 2 · 100 + 2 · 50 = 300 m



Nora: 600 / 200 = 3 varv Elias: 600 / 300 = 2 varv ✓

Eleven hoppar 200 m och 300 m i taget på två tallinjer och letar efter första talet där båda landar.

LÖSNING C: TANKEVURPA

Nora: 4 · 50 = 200 m

Elias: 2 · 100 + 2 · 50 = 300 m

2 · 300 = 600

Svar: 200 m, 300 m och 2 varv.

Omkretsen stämmer, men 2 varv är bara Elias varv. Nora har gått 600 / 200 = 3 varv.
Fråga: ”Var är Elias när Nora har gått 2 varv?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

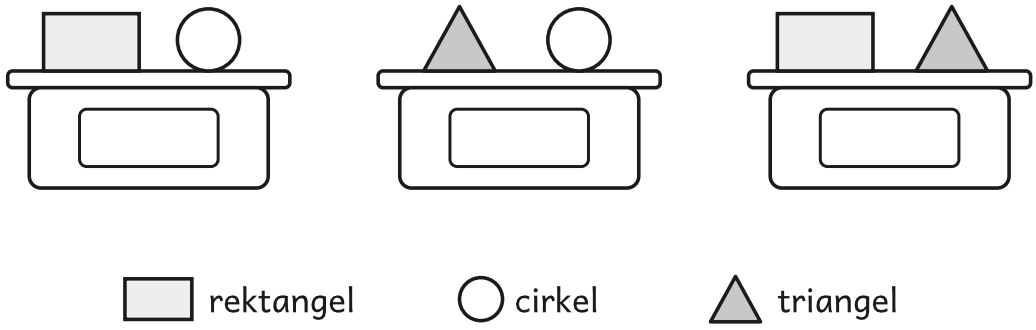
1. Vad skriver eleven i lösning A på varje rad i tabellen?
2. Varför letar eleven i lösning B efter det första talet där båda landar?
3. Var syns 600 m i båda lösningarna, och varför möts de i A just då?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om parkerna var 400 m och 600 m runt, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Vågen

Lina har tre klossar: en rektangel, en cirkel och en triangel. Hon väger två klossar i taget. Rektangeln och cirkeln väger 200 g. Triangeln och cirkeln väger 100 g. Rektangeln och triangeln väger 240 g.



Frågorna

1. Hur mycket väger alla tre klossarna tillsammans?
2. Hur mycket väger varje kloss?

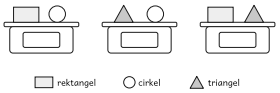
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Algebra

Vågen

Problemet

Lina har tre klossar: en rektangel, en cirkel och en triangel. Hon väger två klossar i taget. Rektangeln och cirkeln väger 200 g. Triangeln och cirkeln väger 100 g. Rektangeln och triangeln väger 240 g.



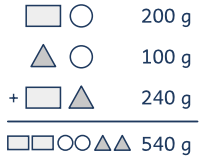
Hur mycket väger alla tre klossarna tillsammans?

Hur mycket väger varje kloss?

Svaret: 270 g. Rektangeln väger 170 g, cirkeln 30 g och triangeln 70 g.
Kontroll: 170 + 30 = 200, 70 + 30 = 100, 170 + 70 = 240 och 170 + 30 + 70 = 270.

Idén: *Tre okända vikter som hänger ihop: varje kloss står på två vågar.*

Lösning A: Lägga ihop vågarna



200 + 100 + 240 = 540 g

Varje kloss är med två gånger.

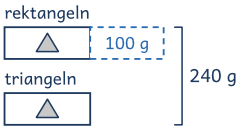
Alla tre:
540 / 2 = 270 g ✓

↓

Varje kloss:
cirkeln 270 − 240 = 30 g
triangeln 270 − 200 = 70 g
rektangeln 270 − 100 = 170 g

Eleven lägger ihop alla tre vågarna, 540 g, och delar med 2 eftersom varje kloss är med två gånger.

Lösning B: Jämföra vågarna



Båda vågarna med cirkeln:
200 − 100 = 100 g
mer för rektangeln
↓
240 − 100 = 140 g
är två trianglar
↓
140 / 2 = 70 g triangeln
70 + 100 = 170 g rektangeln
100 − 70 = 30 g cirkeln

Alla tre: 170 + 70 + 30 = 270 g ✓

Eleven jämför de två vågarna med cirkeln och ser att rektangeln väger 100 g mer än triangeln.

Lösning C: Tankevurpa

Vågarna: 200, 100 och 240 g
200 + 100 + 240 = 540
Svar: Alla tre väger 540 g.

Varje kloss står på två vågar, så 540 g är alla tre klossarna två gånger.
Fråga: ”Hur kan ni kontrollera 540 g mot vågarna?”

Frågor om tankarna bakom

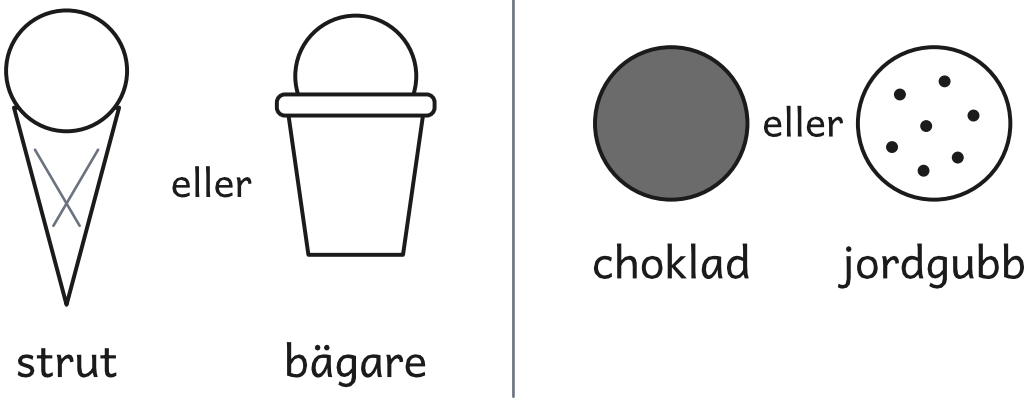
1. Vad lägger eleven ihop i lösning A, och vad är 540 g?
2. Varför räknar eleven i lösning B 200 − 100?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje kloss står på två vågar?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fyra klossar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Glassen

Barnen på fritids får en glass var. Varje barn väljer strut eller bägare, och en kula choklad eller en kula jordgubb. 7 barn väljer strut och 5 barn väljer bägare. 8 barn väljer choklad.



Frågorna

1. Hur många barn väljer jordgubb?
2. Hur många barn kan ha valt choklad i strut? Hitta alla antal som går.

LÖSNINGSFÖRSLAG · SANNOLIKHET OCH STATISTIK

GLASSEN

PROBLEMET

Barnen på fritids får en glass var. Varje barn väljer strut eller bägare, och en kula choklad eller en kula jordgubb. 7 barn väljer strut och 5 barn väljer bägare. 8 barn väljer choklad.



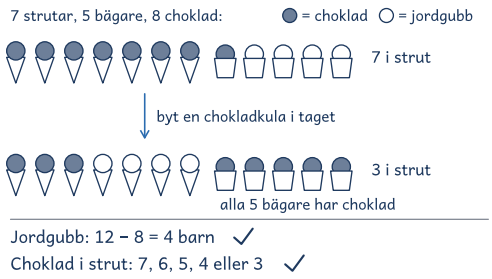
Hur många barn väljer jordgubb?

Hur många barn kan ha valt choklad i strut? Hitta alla antal som går.

Svaret: 4 barn väljer jordgubb. Choklad i strut: 3, 4, 5, 6 eller 7 barn.
Kontroll: 8 + 4 = 12 = 7 + 5. Choklad i strut + bägare: 3 + 5 = 8 och 7 + 1 = 8.

IDÉN: *Varje barn hör till två grupper: strut eller bägare, och choklad eller jordgubb.*

LÖSNING A: RITA OCH BYTA KULOR



Eleven ritar 12 glassar med 8 chokladkulor och byter kulor mellan strut och bägare, en chokladkula i taget.

LÖSNING B: KORSTABELL MED SUMMOR

	choklad	jordgubb	alla
strut	3	4	7
bägare	5	0	5
alla	8	4	12

7 + 5 = 12 barn
↓
12 − 8 = 4 jordgubb

Strut med choklad: högst 7.
Bägare med choklad: högst 5,
så strut med choklad minst 8 − 5 = 3.
Svar: 3, 4, 5, 6 eller 7 ✓

Eleven för in summorna i en korstabell. Med bara 5 bägare hamnar minst 8 − 5 = 3 chokladkulor i strut.

LÖSNING C: TANKEVURPA

Jordgubb: 12 − 8 = 4 barn
7 strutar, så choklad i strut
kan vara 0, 1, 2 … eller 7.
Svar: 4 barn, och 0 till 7.

Eleven glömmer att bägarna bara är 5. Med färre än 3 i strut räcker bägarna inte till all choklad.
Fråga: ”Var hamnar de 8 chokladkulorna om bara 1 strut har choklad?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Hur byter eleven kulor i lösning A, och varför stannar hen vid 3?
2. Varför räknar eleven 8 − 5 i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje barn hör till två grupper?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om hela skolan fick glass, och varför?

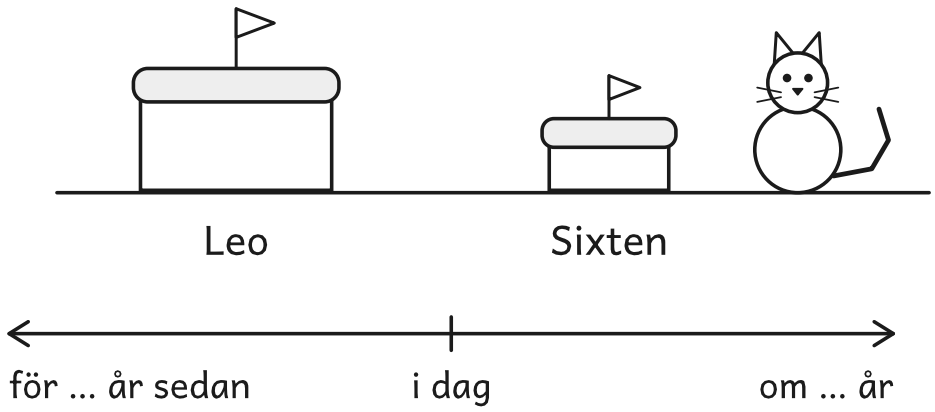
VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Födelsedagen

Leo och hans katt Sixten fyller år samma dag. I dag fyller Leo 10 år och Sixten 4 år.

Grattis på födelsedagen!



Frågorna

1. Om hur många år är Leo dubbelt så gammal som Sixten?
2. För hur många år sedan var Leo tre gånger så gammal som Sixten?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

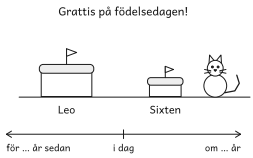
Födelsedagen

Problemet

Leo och hans katt Sixten fyller år samma dag. I dag fyller Leo 10 år och Sixten 4 år.

Om hur många år är Leo dubbelt så gammal som Sixten?

För hur många år sedan var Leo tre gånger så gammal som Sixten?



Svaret: Om 2 år, när Leo är 12. För 1 år sedan, när Leo var 9.
Kontroll: $10 + 2 = 2 \cdot (4 + 2) = 12$, och $10 - 1 = 3 \cdot (4 - 1) = 9$.

Idén: *Varje år blir både Leo och Sixten ett år äldre, så Leo är alltid 6 år äldre.*

Lösning A: ett år i taget

	Leo	Sixten	
för 1 år sedan	9	3	$9 = 3 \cdot 3$ ✓
i dag	10	4	
om 1 år	11	5	
om 2 år	12	6	$12 = 2 \cdot 6$ ✓

Varje rad: båda blir ett år äldre.

Svar: om 2 år och för 1 år sedan.

Eleven skriver åldrarna i en tabell, ett år i taget framåt och bakåt, och prövar varje rad.

Lösning B: skillnaden i staplar

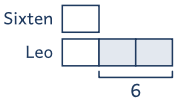
Leo är alltid 10 − 4 = 6 år äldre.

Dubbelt så gammal:



Sixten ska vara 6 år,
6 − 4 = 2: om 2 år

Tre gånger så gammal:



6 / 2 = 3: Sixten ska vara 3,
4 − 3 = 1: för 1 år sedan

Kontroll: $12 = 2 \cdot 6$ och $9 = 3 \cdot 3$ ✓

Eleven ritar Leos stapel 6 år längre än Sixtens och fyller de 6 åren med en eller två Sixtenstaplar.

Lösning C: tankevurpa

Dubbelt så gammal som Sixten:

10 / 2 = 5

Sixten är 5 om 1 år.

Svar: om 1 år.

Eleven låter Sixten bli ett år äldre men glömmer att Leo också blir det.

Fråga: ”Hur gammal är Leo när Sixten är 5?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad ändras från rad till rad i lösning A, och vad ändras inte?
2. Varför är Leos stapel 6 år längre än Sixtens i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att Leo alltid är 6 år äldre?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om skillnaden var 30 år, och varför?

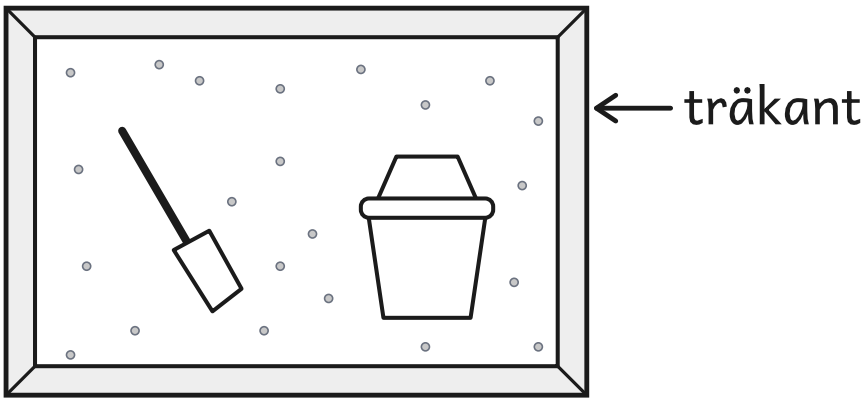
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Känguru 2026, Ecolier nr 7.

Sandlådan

Skolans sandlåda är 3 meter lång och 2 meter bred, med en träkant runt om. Skolan ska bygga en ny sandlåda som är dubbelt så lång och dubbelt så bred.



Frågorna

1. Hur många gånger så lång blir träkanten? Hur många gånger så stor blir ytan?
2. Vad blir svaren om den nya sandlådan i stället är tre gånger så lång och tre gånger så bred?

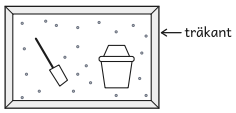
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Geometri

Sandlådan

Problemet

Skolans sandlåda är 3 meter lång och 2 meter bred, med en träkant runt om. Skolan ska bygga en ny sandlåda som är dubbelt så lång och dubbelt så bred.



Hur många gånger så lång blir träkanten? Hur många gånger så stor blir ytan?

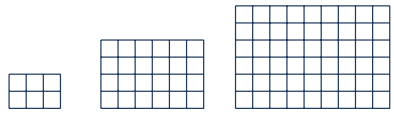
Vad blir svaren om den nya sandlådan i stället är tre gånger så lång och tre gånger så bred?

Svaret: Kanten blir 2 och 3 gånger så lång, ytan 4 och 9 gånger så stor.
Kontroll: $24 = 4 \cdot 6$ och $54 = 9 \cdot 6$ m². $20 = 2 \cdot 10$ och $30 = 3 \cdot 10$ m.

Idén: *Kanten är en längd och växer som sidorna, men ytan växer på längden och på bredden.*

Lösning A: rita på rutpapper

En ruta är 1 m · 1 m.



gamla
6 rutor
kant 10 m

dubbelt
24 rutor
kant 20 m

tre gånger
54 rutor
kant 30 m

Ytan:
24 / 6 = 4
54 / 6 = 9

Kanten:
20 / 10 = 2
30 / 10 = 3

Svar: ytan 4 och 9 gånger,
kanten 2 och 3 gånger. ✓

Eleven ritar lådorna på rutpapper, en ruta per kvadratmeter, och räknar rutor och meter runt om.

Lösning B: dela i gamla lådor

Dubbelt:

1	2
3	4

2 på längden, 2 på bredden:
$2 \cdot 2 = 4$ gamla lådor
kanten $2 \cdot (3 + 2 + 3 + 2) = 2 \cdot 10 = 20$ m

Tre gånger:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

3 på längden, 3 på bredden:
$3 \cdot 3 = 9$ gamla lådor
kanten $3 \cdot 10 = 30$ m

Kanten växer som sidorna, men ytan växer både på längden och på bredden.

Eleven delar den nya lådan i gamla lådor, 2 på längden och 2 på bredden, och räknar $2 \cdot 2 = 4$.

Lösning C: tankevurpa

Kant: $2 \cdot 10 = 20$ m

Yta: $2 \cdot 6 = 12$ m²

Svar: allt 2 och 3 gånger.

Eleven tror att ytan växer lika mycket som sidorna, men både längden och bredden växer.

Fråga: ”Hur bred blir en sandlåda som är 6 m lång och har ytan 12 m²?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur räknar eleven ut ytan och kanten i lösning A?
2. Varför ryms det $2 \cdot 2 = 4$ gamla lådor i den nya lådan i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att ytan växer både på längden och på bredden?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med tio gånger så långa sidor, och varför?

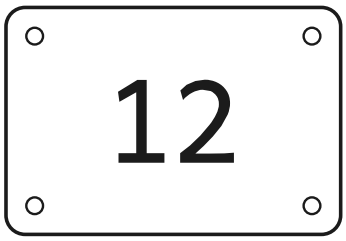
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

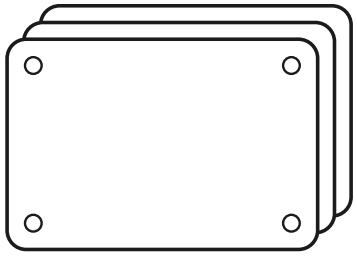
Idén kommer ur nrich, Growing Rectangles.

Nummerlapparna

Till skolloppet gör Noah en nummerlapp till varje löpare: 1, 2, 3 och så vidare. Nummerlappen 12 har två siffror, 1 och 2. Sammanlagt skriver Noah 57 siffror.



två siffror



en lapp till varje löpare

Frågorna

1. Hur många nummerlappar gör Noah?
2. Om det kommer fler löpare, kan det då bli exakt 100 siffror på alla lapparna tillsammans? Hur vet ni det?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Taluppfattning

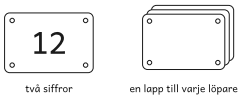
Nummerlapparna

Problemet

Till skolloppet gör Noah en nummerlapp till varje löpare: 1, 2, 3 och så vidare. Nummerlappen 12 har två siffror, 1 och 2. Sammanlagt skriver Noah 57 siffror.

Hur många nummerlappar gör Noah?

Om det kommer fler löpare, kan det då bli exakt 100 siffror på alla lapparna tillsammans? Hur vet ni det?



Svaret: 33 nummerlappar. Exakt 100 siffror går inte, för antalet hoppar från 99 till 101.
Kontroll: 9 + 24 = 33 och 9 + 24 · 2 = 57. 9 + 45 · 2 = 99 och 9 + 46 · 2 = 101.

Idén: *Lapparna 1 till 9 har en siffra var, och lapparna 10 till 99 har två.*

Lösning A: räkna tiotal för tiotal

lappar	nya siffror	siffror ihop
1–9	9 · 1 = 9	9
10–19	10 · 2 = 20	29
20–29	10 · 2 = 20	49
30–33	4 · 2 = 8	57 ✓

Fler löpare:
1–49: 89 siffror
1–54: 99 siffror
1–55: 101 siffror

2 siffror i taget, 100 hoppas över.

Svar: 33 nummerlappar. ✓
Exakt 100 siffror går inte. ✓

Eleven räknar siffrorna tiotal för tiotal. Lapparna 1 till 29 har 49 siffror, och varje lapp till ger 2.

Lösning B: dra bort de ensiffriga

7 — 1 siffra
23 — 2 siffror

Lapparna 1 till 9: 9 siffror
↓
57 − 9 = 48 siffror kvar
↓
48 / 2 = 24 lappar med 2 siffror
↓
9 + 24 = 33 nummerlappar
Kontroll: 9 + 24 · 2 = 57 ✓

100 siffror: 100 − 9 = 91
91 / 2 = 45 rest 1
En siffra blir över. Det går inte.

Eleven drar bort de 9 siffrorna på lapparna 1 till 9 och delar resten med 2: 48 / 2 = 24.

Lösning C: tankevurpa

Varje lapp har 2 siffror.
57 / 2 = 28 rest 1
100 / 2 = 50
Svar: 28 lappar, och 100 går.

Eleven räknar med två siffror på varje lapp och bortser från resten. Lapparna 1 till 9 har bara en siffra.

Fråga: ”Hur många siffror skriver Noah på 28 lappar?”

Frågor om tankarna bakom

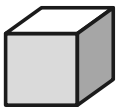
1. Varför ger varje tiotal i lösning A 20 siffror till?
2. Varför drar eleven i lösning B bort 9 innan hen delar med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att lapparna 1 till 9 har en siffra var?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 189 siffror, och varför?

Visa och jämför lösningar

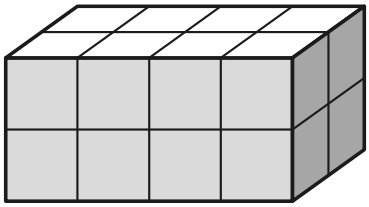
- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Godisaskarna

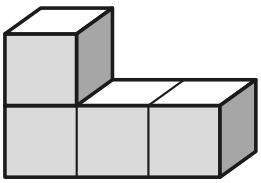
En godisbutik packar 12 kolor i varje ask. Kolorna är lika stora kuber och fyller asken helt, i ett eller flera lager. Asken är ett rätblock. Två askar som är likadana när man vänder på den ena räknas som samma ask.



en kola



rätblock
av 16 kolor



inte ett rätblock

Frågorna

1. Hur många olika askar kan butiken göra? Hitta alla.
2. Hur vet ni att ni har hittat alla?

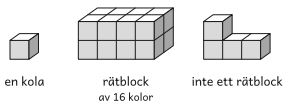
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Geometri

Godisaskarna

Problemet

En godisbutik packar 12 kolor i varje ask. Kolorna är lika stora kuber och fyller asken helt, i ett eller flera lager. Asken är ett rätblock. Två askar som är likadana när man vänder på den ena räknas som samma ask.



Hur många olika askar kan butiken göra? Hitta alla.

Hur vet ni att ni har hittat alla?

Svaret: 4 askar: 1 · 1 · 12, 1 · 2 · 6, 1 · 3 · 4 och 2 · 2 · 3.
Kontroll: Alla fyra ger 12. Med minsta måttet 3 blir det minst 3 · 3 · 3 = 27.

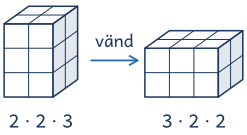
Idén: *Askens tre mått ger 12 när man multiplicerar dem, och en vänd ask har samma tre mått.*

Lösning A: bygga och vända

Bygg med 12 kuber:

1 · 3 · 4 ✓
2 · 2 · 3 ✓
1 · 2 · 6 ✓
1 · 1 · 12 ✓

4 olika askar



Varje ny ask vänds: finns den redan?

Eleven bygger askar av 12 kuber, skriver måtten och vänder varje ny ask för att se om den redan finns.

Lösning B: minsta måttet först

Minsta måttet 1: 12 = 1 · 12 = 2 · 6 = 3 · 4
↓ 1 · 1 · 12, 1 · 2 · 6 och 1 · 3 · 4
Minsta måttet 2: 12 / 2 = 6 = 2 · 3
↓ 2 · 2 · 3 (1 · 6 har vi redan)
Minsta måttet 3: 3 · 3 · 3 = 27
27 är mer än 12. Det tar slut.

Svar: 4 olika askar ✓

Eleven letar först askar med minsta måttet 1 och sedan 2. Med minsta måttet 3 blir det minst 27 kolor.

Lösning C: tankevurpa

Kolorna i ett lager:

12 = 1 · 12 = 2 · 6 = 3 · 4

Svar: 3 olika askar.

Eleven lägger alla kolor i ett lager, men asken kan ha flera lager.

Fråga: ”Hur kan ni pröva elevens svar med 12 kuber?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför vänder eleven varje ny ask i lösning A?
2. Varför slutar eleven i lösning B när minsta måttet är 3?
3. Var syns det i båda lösningarna att en vänd ask har samma tre mått?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 24 kolor, och varför?

Visa och jämför lösningar

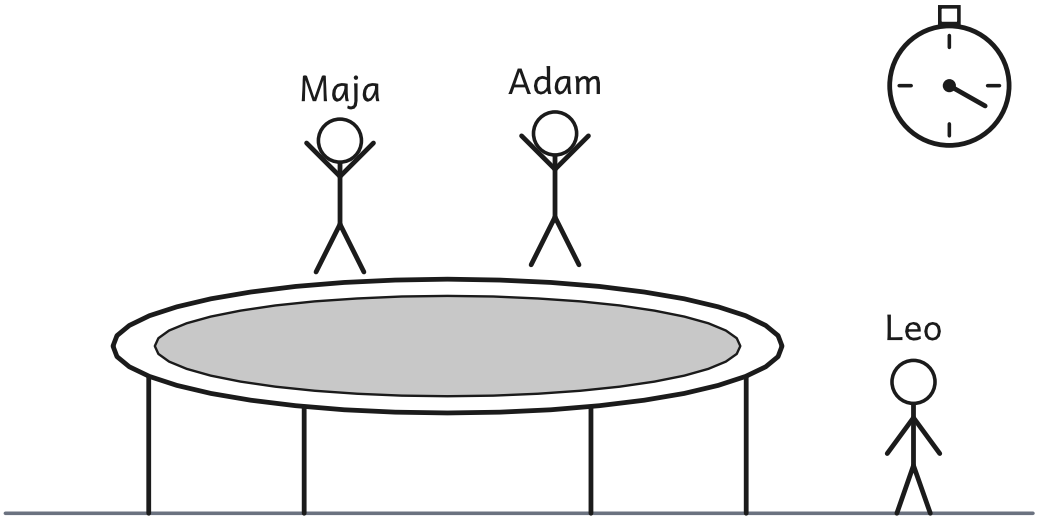
- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur nrich, Multilink Cubes.

Studsmattan

Maja, Adam och Leo hoppar studsmatta. Tidtagaruret mäter rastens 12 minuter, och från minut 1 till 5 är det 4 minuter.

Maja hoppar från minut 1 till 5 och från 6 till 9. Adam hoppar från 2 till 6 och från 7 till 12. Leo hoppar från 0 till 3, från 5 till 8 och från 10 till 12.



Frågan

Hur många minuter hoppar exakt två barn samtidigt?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

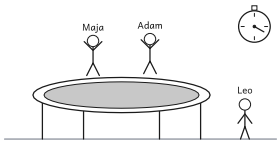
Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Studsmattan

Problemet

Maja, Adam och Leo hoppar studsmatta. Tidtagaruret mäter rastens 12 minuter, och från minut 1 till 5 är det 4 minuter.

Maja hoppar från minut 1 till 5 och från 6 till 9. Adam hoppar från 2 till 6 och från 7 till 12. Leo hoppar från 0 till 3, från 5 till 8 och från 10 till 12.

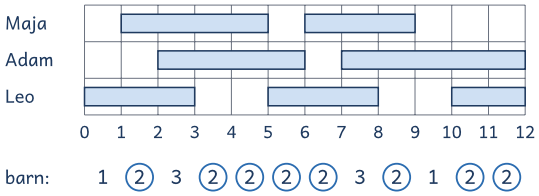


Hur många minuter hoppar exakt två barn samtidigt?

Svaret: Exakt två barn hoppar i 8 minuter.
Kontroll: Minuterna med ett, tre och två barn: 2 + 2 + 8 = 12.

Idén: *Exakt två barn hoppar när två barns tider går över varandra och det tredje barnet inte hoppar.*

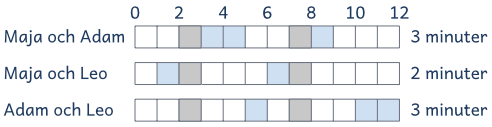
Lösning A: räkna minut för minut



8 ringade tvåor: 8 minuter ✓

Eleven ritar barnens tider som staplar och skriver antalet barn under varje minut.

Lösning B: par för par



Blått: bara de två i paret hoppar.
Under de grå minuterna, 2–3 och 7–8, hoppar alla tre.
De minuterna räknas inte: där hoppar tre barn.

↓

3 + 2 + 3 = 8 minuter med två barn ✓

Eleven räknar för varje par de minuter då bara de två hoppar: 3 + 2 + 3 = 8.

Lösning C: tankevurpa

Två hoppar: 1–9 och 10–12

9 − 1 = 8 och 12 − 10 = 2

Svar: 8 + 2 = 10 minuter.

Eleven tar med de 2 minuterna då alla tre hoppar, men frågan gäller exakt två barn.

Fråga: ”Hur många barn hoppar i var och en av elevens 10 minuter?”

Frågor om tankarna bakom

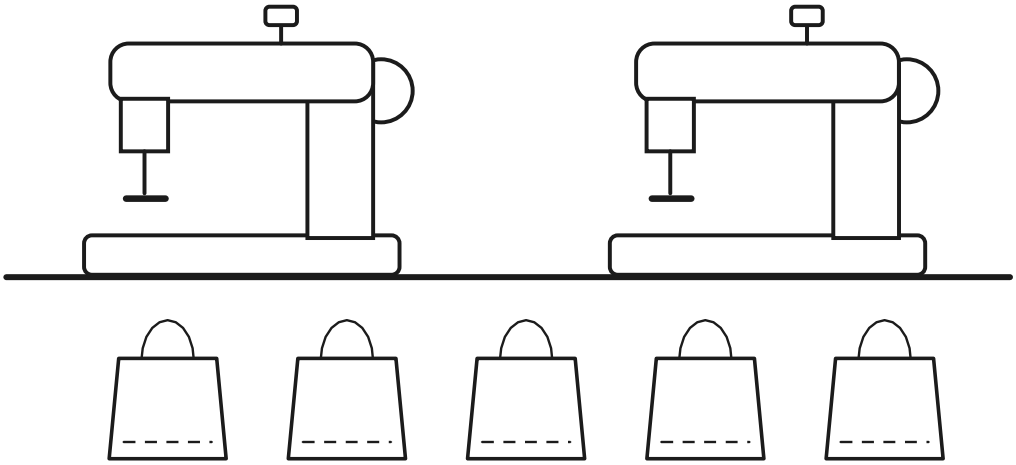
1. Vad skriver eleven under tidslinjen i lösning A, och varför ringar hen in tvåorna?
2. Varför räknar eleven i lösning B inte de grå minuterna?
3. Var syns minuterna med tre barn i båda lösningarna?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för en rast på 60 minuter, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Symaskinerna

I slöjdsalen fungerar bara två symaskiner. Fem elever ska sy klart sina påsar. En behöver maskinen i 40 minuter, och de andra i 15, 35, 10 och 45 minuter. Den som börjar vid en maskin syr klart där, innan nästa tar över.



fem påsar

Frågorna

1. Hur kort tid kan det ta tills alla fem har sytt klart?
2. Hur kort tid kan det ta om tre maskiner fungerar?

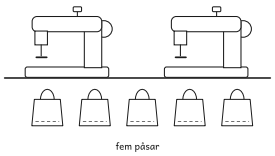
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Taluppfattning

Symaskinerna

Problemet

I slöjdsalen fungerar bara två symaskiner. Fem elever ska sy klart sina påsar. En behöver maskinen i 40 minuter, och de andra i 15, 35, 10 och 45 minuter. Den som börjar vid en maskin syr klart där, innan nästa tar över.



Hur kort tid kan det ta tills alla fem har sytt klart?

Hur kort tid kan det ta om tre maskiner fungerar?

Svaret: Två maskiner: 75 min, 40 + 35 och 45 + 15 + 10. Tre maskiner: 50 min.
Kontroll: 75 + 70 = 145 och 45 + 50 + 50 = 145: alla påsar är med.

Idén: *Den maskin som blir klar sist bestämmer tiden, så maskinerna ska bli klara så nära varandra som möjligt.*

Lösning A: pröva och flytta påsar

maskin 1	maskin 2	klart efter
45 + 40 = 85	35 + 15 + 10 = 60	85
45 + 35 = 80	40 + 15 + 10 = 65	80
45 + 15 + 10 = 70	40 + 35 = 75	75 ✓

Den maskin som blir klar sist bestämmer.
70 och 75 skiljer bara 5 min. Lika går inte, för 145 är udda.

Tre maskiner: 45 | 40 + 10 = 50 | 35 + 15 = 50
klart efter 50 minuter ✓

Eleven flyttar påsar tills maskinernas tider skiljer 5 minuter, 70 och 75, och ser att lika tider inte går.

Lösning B: räkna vad de hinner

Alla påsar: 40 + 15 + 35 + 10 + 45 = 145 min
På 70 min hinner två maskiner sy 2 · 70 = 140 min.
Det räcker inte, och alla tider slutar på 0 eller 5.
75 min: 40 + 35 = 75 och 45 + 15 + 10 = 70 ✓

På 45 min hinner tre maskiner sy 3 · 45 = 135 min.
Det räcker inte, så nästa tid är 50 min.
50 min: 45, 40 + 10 = 50 och 35 + 15 = 50 ✓

Kortast: 75 min och 50 min

Eleven ser att två maskiner på 70 minuter bara hinner 140 minuters sömnad, och prövar 75.

Lösning C: tankevurpa

Allt tar 145 min.
145 / 2 = 72 rest 1, alltså 73
145 / 3 = 48 rest 1, alltså 49
Svar: 73 min och 49 min.

Eleven delar tiden lika, som om en påse kunde sys på flera maskiner.
Fråga: ”Vilka påsar syr varje maskin i elevens svar?”

Frågor om tankarna bakom

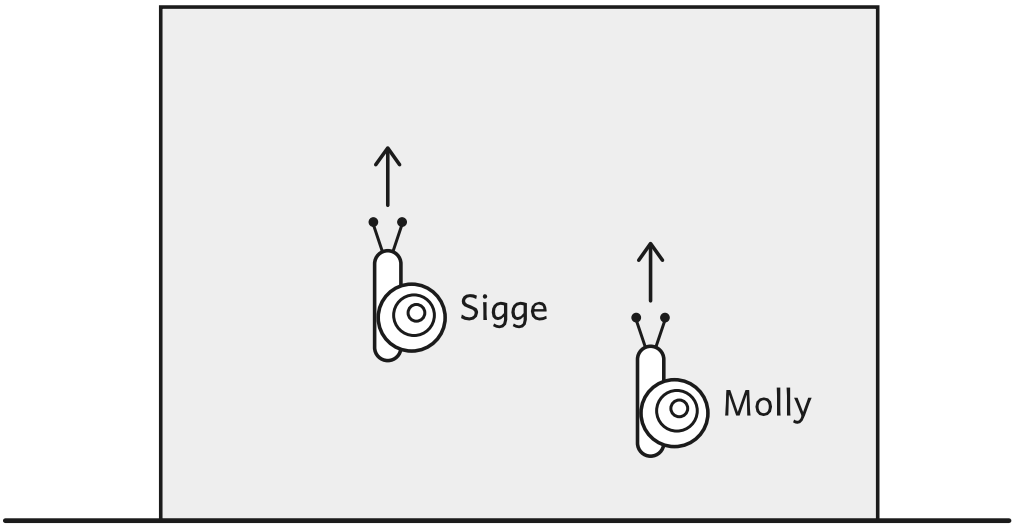
1. Varför flyttar eleven påsar mellan maskinerna i lösning A?
2. Varför räknar eleven i lösning B 2 · 70, och vad betyder 140?
3. Var syns det i båda lösningarna att den maskin som blir klar sist bestämmer tiden?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med tio elever, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Sniglarna

Två sniglar kryper rakt uppför en vägg. Sigge sitter 20 cm över marken och kryper 3 cm uppåt varje minut. Molly sitter 10 cm över marken och kryper 5 cm uppåt varje minut. De börjar samtidigt.



Frågorna

1. Efter hur många minuter sitter sniglarna lika högt, och hur högt?
2. Efter hur många minuter sitter Molly 10 cm högre än Sigge?

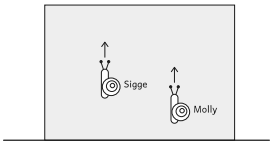
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Samband och förändring

Sniglarna

Problemet

Två sniglar kryper rakt uppför en vägg. Sigge sitter 20 cm över marken och kryper 3 cm uppåt varje minut. Molly sitter 10 cm över marken och kryper 5 cm uppåt varje minut. De börjar samtidigt.



Efter hur många minuter sitter sniglarna lika högt, och hur högt?

Efter hur många minuter sitter Molly 10 cm högre än Sigge?

Svaret: Lika högt efter 5 minuter, 35 cm upp. Molly 10 cm högre efter 10 minuter.
Kontroll: 20 + 15 = 10 + 25 = 35 och 10 + 50 = 20 + 30 + 10.

Idén: *Skillnaden i höjd ändras med 2 cm varje minut, eftersom Molly kryper 2 cm mer än Sigge.*

Lösning A: skriva höjden varje minut

minut	Sigge	Molly
0	20	10
1	23	15
2	26	20
3	29	25
4	32	30
5	35	35

minut	Sigge	Molly
6	38	40
7	41	45
8	44	50
9	47	55
10	50	60

Sigge +3
Molly +5

Lika högt efter 5 minuter: 35 cm ✓

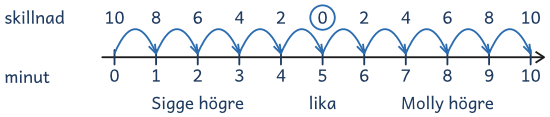
Molly 10 cm högre efter 10 minuter: 60 − 50 = 10 ✓

Eleven skriver var sniglarna sitter varje minut och lägger till 3 cm för Sigge och 5 cm för Molly.

Lösning B: följa skillnaden i höjd

Sigge sitter 20 − 10 = 10 cm högre.

Varje minut kommer Molly 5 − 3 = 2 cm närmare.



10 / 2 = 5 minuter: 20 + 5 · 3 = 35 = 10 + 5 · 5 ✓

Molly 10 cm högre: skillnaden ändras 10 + 10 = 20 cm.

20 / 2 = 10 minuter: 20 + 10 · 3 = 50 och 10 + 10 · 5 = 60 ✓

Eleven ser att skillnaden ändras med 2 cm varje minut och delar 10 cm och 20 cm med 2.

Lösning C: tankevurpa

Molly kryper 5 cm i minuten.

10 / 5 = 2 min, Molly på 20 cm

Molly på 30 cm: 20 / 5 = 4 min

Svar: 2 min på 20 cm och 4 min.

Eleven räknar som om Sigge satt still, men han kryper också 3 cm varje minut.

Fråga: ”Hur högt sitter båda sniglarna efter 2 minuter?”

Frågor om tankarna bakom

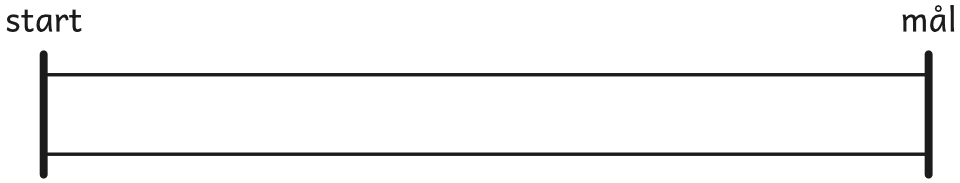
1. Hur får eleven nästa rad i tabellen i lösning A?
2. Varför delar eleven i lösning B 10 med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att Molly kryper 2 cm mer än Sigge varje minut?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om Sigge började 50 cm upp, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Konerna

På idrotten ska klassen springa 10, 20, 30, 40, 50 och 60 meter. Banan är 60 meter från startlinjen till mållinjen. Läraren ställer två koner längs banan, och de står kvar. Klassen springer rakt fram, utan att vända. Varje gång startar och stannar den vid startlinjen, en kon eller mållinjen.





två koner

Frågorna

1. Var kan läraren ställa konerna? Hitta alla sätt.
2. Går det om banan är 70 meter och klassen också springer 70 meter? Hur vet ni det?

Idén kommer ur Känguru 2023, Ecolier nr 17.

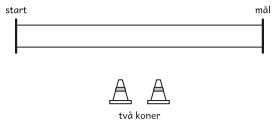
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Geometri

Konerna

Problemet

På idrotten ska klassen springa 10, 20, 30, 40, 50 och 60 meter. Banan är 60 meter från startlinjen till mållinjen. Läraren ställer två koner längs banan, och de står kvar. Klassen springer rakt fram, utan att vända. Varje gång startar och stannar den vid startlinjen, en kon eller mållinjen.



Var kan läraren ställa konerna? Hitta alla sätt.

Går det om banan är 70 meter och klassen också springer 70 meter? Hur vet ni det?

Svaret: 10 och 40 m från start, eller 20 och 50 m. 70 m går inte.
Kontroll: Båda ger 10, 20, 30, 40, 50 och 60 m, en gång var.

Idén: *Varje längd är avståndet mellan två platser, och ingen längd får komma två gånger.*

Lösning A: pröva alla par

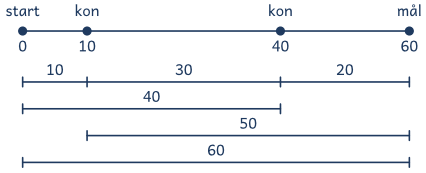
koner vid (m)	saknas
10 och 20	30
10 och 30	40
10 och 40	inget ✓
10 och 50	20, 30
20 och 30	50
20 och 40	10, 30, 50
20 och 50	inget ✓
30 och 40	50
30 och 50	40
40 och 50	30

10 par, 2 sätt: 10 och 40, eller 20 och 50 ✓

70 m: alla 15 par prövade, inget ger alla sju.

Eleven prövar konerna på alla tio par av platser och skriver vilka längder som saknas.

Lösning B: räkna sträckorna



4 platser ger 3 + 2 + 1 = 6 sträckor, så alla ska vara olika.
50 m: start till kon vid 50, eller kon vid 10 till mål.
Kon vid 50 ger den andra vid 20 m, kon vid 10 ger 40 m. ✓
70 m: 7 längder men bara 6 sträckor. Det går inte.

Eleven räknar sex sträckor och ser att 50 m kräver en kon 10 m från start eller mål.

Lösning C: tankevurpa

70 m: bitarna 10, 20 och 40.

10 + 20 = 30, 20 + 40 = 60

10 + 40 = 50, 10 + 20 + 40 = 70

Svar: ja, koner vid 10 och 30 m.

Eleven lägger ihop bitarna 10 och 40, men de ligger inte bredvid varandra, så ingen sträcka är 50 m.

Fråga: ”Var startar och stannar klassen när den springer 50 m?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur vet eleven i lösning A att alla par är prövade?
2. Varför säger eleven i lösning B att en kon måste stå 10 m från start eller mål?
3. Var syns det i båda lösningarna att ingen längd får komma två gånger?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med tre koner, och varför?

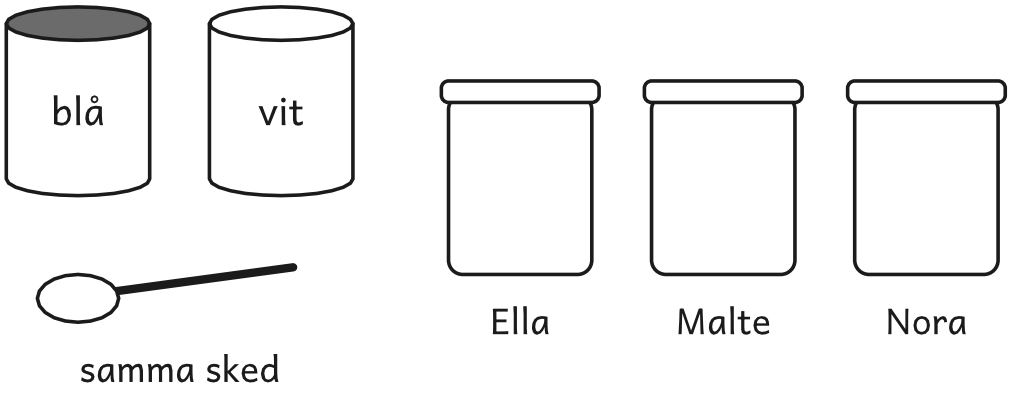
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Himlen

Ella, Malte och Nora målar en himmel. De blandar färgen i var sin burk och mäter med samma sked.

Ella tar 1 sked blått och 3 skedar vitt. Malte tar 2 skedar blått och 5 skedar vitt. Nora tar 3 skedar blått och 9 skedar vitt.



Frågorna

1. Vems färg blir mörkast?
2. Blir Noras färg ljusare eller mörkare än Ellas, eller blir de lika mörka?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

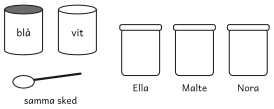
Lösningsförslag · Samband och förändring

Himlen

Problemet

Ella, Malte och Nora målar en himmel. De blandar färgen i var sin burk och mäter med samma sked.

Ella tar 1 sked blått och 3 skedar vitt. Malte tar 2 skedar blått och 5 skedar vitt. Nora tar 3 skedar blått och 9 skedar vitt.



Vems färg blir mörkast?

Blir Noras färg ljusare eller mörkare än Ellas, eller blir de lika mörka?

Svaret: Maltes färg blir mörkast, och Noras blir lika mörk som Ellas.
Kontroll: Vitt per blått: Ella 3, Nora 9 / 3 = 3 och Malte 5 / 2 = 2,5.

Idén: *Hur mörk färgen blir beror på hur många skedar vitt det är för varje sked blått.*

Lösning A: göra lika mycket blått

Ella två gånger: ●○○○ ●○○○ 2 blå, 6 vit

Malte: ●●○○○○○ 2 blå, 5 vit

Malte har 1 sked vitt mindre: mörkare.

Ella tre gånger: ●○○○ ●○○○ ●○○○ 3 blå, 9 vit

Nora: ●●●○○○○○○○○○ 3 blå, 9 vit

Lika många skedar blått och lika många skedar vitt: lika mörka.

Maltes färg blir mörkast. ✓

Eleven tar Ellas blandning två och tre gånger för att få lika mycket blått.

Lösning B: dela vitt med blått

Skedar vitt för varje sked blått:

Ella: 3 / 1 = 3 ●○○○ 3 vit

Malte: 5 / 2 = 2,5 ●○○◐ 2,5 vit

Nora: 9 / 3 = 3 ●○○○ 3 vit

↓

Minst vitt för varje blått: Maltes blir mörkast. ✓

Ellas och Noras: 3 var, lika mörka. ✓

Kontroll: 2 · 2,5 = 5 och 3 · 3 = 9

Eleven delar antalet skedar vitt med antalet skedar blått och får skedar vitt för varje sked blått.

Lösning C: tankevurpa

Ella 3 − 1 = 2 mer vitt

Malte 5 − 2 = 3, Nora 9 − 3 = 6

Svar: Ella mörkast, Nora ljusast

Eleven räknar hur många fler skedar vitt än blått det är, men färgen beror på vitt per blått.

Fråga: ”Vad säger elevens sätt om Ella gör sin blandning två gånger?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför tar eleven i lösning A Ellas blandning två gånger?
2. Varför delar eleven i lösning B 5 med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna hur många skedar vitt det är för varje sked blått?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 4 skedar blått och 11 skedar vitt, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur nrich, Mixing Lemonade.