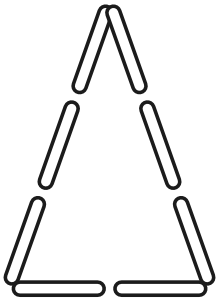
Glasspinnarna

Lisa har 12 glasspinnar som är lika långa. Hon lägger likbenta trianglar på bordet, en i taget, och behöver inte använda alla pinnar. Varje sida är en eller flera hela pinnar. En liksidig triangel räknas också som likbent. Trianglar med samma form men olika storlek räknas som olika.



en likbent triangel



går inte ihop

Frågorna

1. Hur många olika likbenta trianglar kan Lisa lägga?
2. Hur kan ni vara säkra på att ni har hittat alla?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Geometri

Glasspinnarna

Problemet

Lisa har 12 glasspinnar som är lika långa. Hon lägger likbenta trianglar på bordet, en i taget, och behöver inte använda alla pinnar. Varje sida är en eller flera hela pinnar. En liksidig triangel räknas också som likbent. Trianglar med samma form men olika storlek räknas som olika.



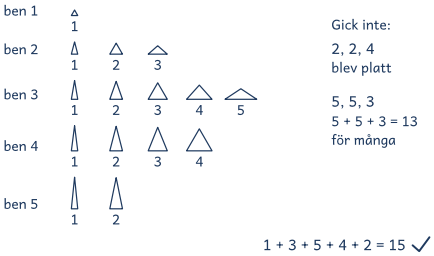
Hur många olika likbenta trianglar kan Lisa lägga?

Hur kan ni vara säkra på att ni har hittat alla?

Svaret: 15 likbenta trianglar, varav fyra liksidiga. En lista efter benen visar att ingen saknas.
Kontroll: Benen 1 till 5 ger 1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15, och ben 6 ger ingen bas.

Idén: *Basen är kortare än benen tillsammans, och pinnarna är högst 12.*

Lösning A: bygga och sortera



Eleven lägger trianglar, ritar dem som går ihop och sorterar dem efter benen från 1 till 5.

Lösning B: en lista efter benen

Basen är kortare än benen tillsammans.
Alla pinnar ihop: högst 12.

ben	basen kan vara	antal
1	1	1
2	1, 2, 3	3
3	1, 2, 3, 4, 5	5
4	1, 2, 3, 4	4
5	1, 2	2
6	ingen	0

Ben 4:
4 + 4 = 8
12 − 8 = 4
basen högst 4

1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15 ✓

Eleven skriver villkoren först och räknar för varje ben vilka baser som går.

Lösning C: tankevurpa

Ben 1: bas 1, 2. Ben 2: bas 1–4
Ben 3: bas 1–6. Ben 4: bas 1–4
Ben 5: bas 1, 2. Det blir 18.
Svar: 18 likbenta trianglar.

Eleven räknar med platta trianglar, som 3, 3, 6, där basen är lika lång som benen tillsammans.
Fråga: ”Hur ser 3, 3, 6 ut när ni lägger den?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur sorterar eleven trianglarna i lösning A?
2. Varför skriver eleven i lösning B att basen är högst 4 när benen är 4?
3. Var syns det i båda lösningarna att basen måste vara kortare än benen tillsammans?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 30 pinnar, och varför?

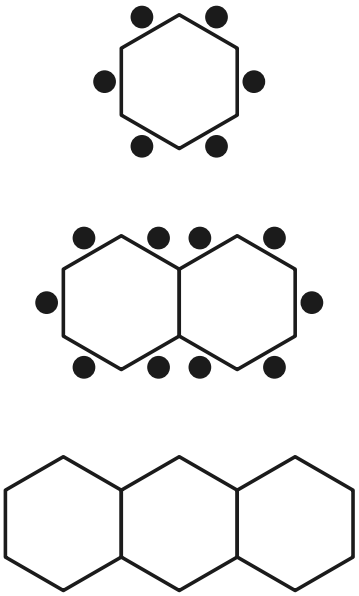
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Nämnaren 2025:4, problem 4490.

Borden

I matsalen står sexkantiga bord i en lång rad. Två bord som står bredvid varandra delar en sida. Vid varje fri sida får en person sitta.



Frågorna

1. Hur många personer får plats vid 10 bord?
2. Hitta en regel som gäller för alla antal bord.

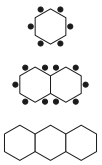
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

LÖSNINGSFÖRSLAG · ALGEBRA

BORDEN

PROBLEMET

I matsalen står sexkantiga bord i en lång rad. Två bord som står bredvid varandra delar en sida. Vid varje fri sida får en person sitta.



Hur många personer får plats vid 10 bord?

Hitta en regel som gäller för alla antal bord.

Svaret: 42 personer vid 10 bord, och 4 · n + 2 vid n bord.
Kontroll: 4 · 1 + 2 = 6 och 4 · 2 + 2 = 10 som i bilden, och 4 · 10 + 2 = 42.

IDÉN: *Varje nytt bord ger fyra platser till, två uppe och två nere.*

LÖSNING A: RÄKNA STEG OM 4

bord	personer	
1	6	
2	10	+4
3	14	+4
4	18	+4
5	22	+4

Från 1 till 10 bord är 9 steg med +4:

6 + 9 · 4 = 42 ✓

Regel: 6, och sedan 4 till för varje bord.

Eleven ser att det blir 4 personer till för varje bord och räknar 9 steg från 6.

LÖSNING B: RÄKNA PLATSERNA



Varje bord: 4 platser, 2 uppe och 2 nere.

Ändarna: 1 + 1.

4 + 4 + 4 + 2 = 14

10 bord: 4 · 10 + 2 = 42 ✓

n bord: 4 · n + 2

Eleven ser fyra platser vid varje bord och en plats i varje ände, och skriver 4 · n + 2.

LÖSNING C: TANKEVURPA

6, 10, 14, 18, 22

5 bord ger 22 personer.

10 bord: 2 · 22 = 44

Svar: 44 personer.

Två rader med 5 bord har fyra ändar, men en rad med 10 bord har två: 44 − 2 = 42.

Fråga: ”Hur kan ni kontrollera 44 med en ritning?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Vad gör eleven i lösning A från rad till rad?
2. Varför lägger eleven i lösning B till 2 efter 4 · 10?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje nytt bord ger fyra platser till?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 100 bord, och varför?

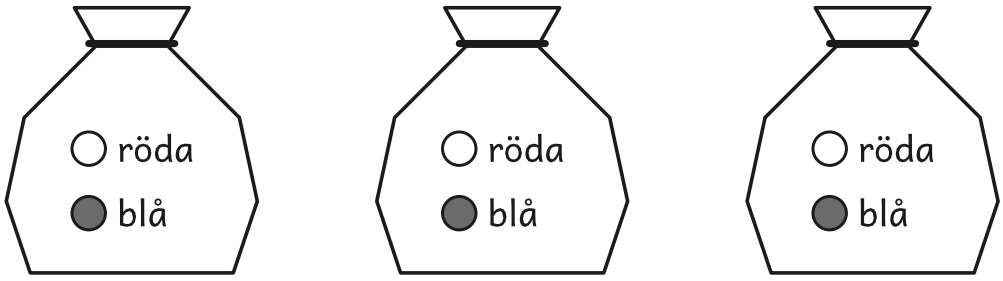
VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Nämnaren 2025:2, problem 4476.

Kulpåsarna

I tre påsar finns röda och blå kulor. Påse A har 80 röda och 20 blå. Påse B har 30 röda och 10 blå. Påse C har 18 röda och 2 blå. Du tar en kula ur en påse utan att titta.



påse A påse B påse C

Frågan

Vilken påse ger störst chans att få en blå kula, och varför?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Kulpåsarna

Problemet

I tre påsar finns röda och blå kulor. Påse A har 80 röda och 20 blå. Påse B har 30 röda och 10 blå. Påse C har 18 röda och 2 blå. Du tar en kula ur en påse utan att titta.



Vilken påse ger störst chans att få en blå kula, och varför?

Svaret: Påse B, där 1/4 av kulorna är blå.
Kontroll: 20 / 100 = 1/5, 10 / 40 = 1/4 och 2 / 20 = 1/10, och 1/4 är störst.

Idén: *Chansen beror på hur stor del av kulorna i påsen som är blå.*

Lösning A: andelen blå

påse	blå	alla	andel blå
A	20	100	20 %
B	10	40	25 %
C	2	20	10 %

Så räknade vi påse B:
30 + 10 = 40
10 / 40 = 1/4
1/4 = 25/100
alltså 25 %

25 % är störst: påse B. ✓

Eleven räknar i procent hur stor del av alla kulor i varje påse som är blå.

Lösning B: röda på varje blå

Hur många röda på varje blå? ● blå ○ röd

A: 80 / 20 = 4 ●○○○○

B: 30 / 10 = 3 ●○○○

C: 18 / 2 = 9 ●○○○○○○○○○

Färre röda på varje blå ger större chans.
Påse B är bäst. ✓

Eleven räknar hur många röda kulor det finns på varje blå och väljer påsen med färst röda på varje blå.

Lösning C: tankevurpa

A har 20 blå, B 10 och C 2.
20 är flest.
Svar: Påse A, den har flest blå.

Påse A har flest blå men också flest röda, och bara 1/5 av kulorna är blå.

Fråga: ”Vilken påse skulle eleven välja, om påse A hade 1 000 röda?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad räknar eleven ut för varje påse i lösning A?
2. Varför delar eleven i lösning B de röda med de blå?
3. Var syns det i båda lösningarna att påse B är bäst, fast påse A har fler blå?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om talen inte gick att dela jämnt, och varför?

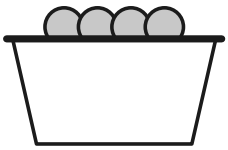
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

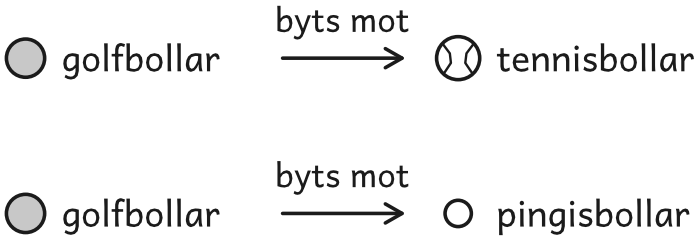
Bollbytet

Omar har 26 golfbollar och vill byta bort alla.

Han kan byta 3 golfbollar mot 5 tennisbollar, och 2 golfbollar mot 7 pingisbollar.



Omars golfbollar



Frågorna

1. Hur många tennisbollar och pingisbollar kan Omar få?
2. Det finns flera svar. Hitta alla.

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Taluppfattning

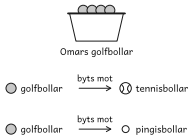
Bollbytet

Problemet

Omar har 26 golfbollar och vill byta bort alla. Han kan byta 3 golfbollar mot 5 tennisbollar, och 2 golfbollar mot 7 pingisbollar.

Hur många tennisbollar och pingisbollar kan Omar få?

Det finns flera svar. Hitta alla.



Svaret: 0, 10, 20, 30 eller 40 tennisbollar, med 91, 70, 49, 28 eller 7 pingisbollar.
Kontroll: Tennis + pingis: 0 + 26, 6 + 20, 12 + 14, 18 + 8, 24 + 2 golfbollar.

Idén: *Golfbollarna till tennis går i treor och resten i tvåor, så sätten skiljer sig med 6 golfbollar.*

Lösning A: pröva tre i taget

till tennis	kvar	tennis	pingis
0	26	0	91 ✓
3	23	–	–
6	20	10	70 ✓
9	17	–	–
12	14	20	49 ✓
15	11	–	–
18	8	30	28 ✓
21	5	–	–
24	2	40	7 ✓

Så räknade vi raden med 6:

6 / 3 = 2 byten
→ 2 · 5 = 10 tennis
20 / 2 = 10 byten
10 · 7 = 70 pingis

23 kvar är udda, det går inte.

5 sätt ✓

Eleven prövar 0, 3, 6 och fler golfbollar till tennis, och resten går att dela med 2 i varannan rad.

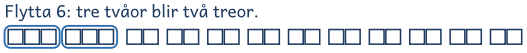
Lösning B: alla till pingis först

Alla till pingis: 26 / 2 = 13 byten



13 · 7 = 91 pingis

Flytta 6: tre tvåor blir två treor.



2 · 5 = 10 tennis och 10 · 7 = 70 pingis

Varje gång: 21 pingis färre, 10 tennis fler.

tennis:	0	10	20	30	40	
pingis:	91	70	49	28	7	5 sätt ✓

Eleven byter alla mot pingis och flyttar sedan 6 golfbollar i taget från pingis till tennis.

Lösning C: tankevurpa

6 + 20 = 26 golfbollar

Tennis: 6 / 3 = 2

Pingis: 20 / 2 = 10

Svar: 2 tennis och 10 pingis.

Eleven svarar med antalet byten. Varje byte ger 5 tennisbollar eller 7 pingisbollar: 2 · 5 = 10 och 10 · 7 = 70.

Fråga: ”Hur många tennisbollar ger 6 golfbollar?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur väljer eleven raderna i lösning A, och varför går bara varannan rad?
2. Varför flyttar eleven i lösning B 6 golfbollar i taget från pingis till tennis?
3. Var syns det i båda lösningarna att golfbollarna till tennis ökar med 6 åt gången?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 100 golfbollar, och varför?

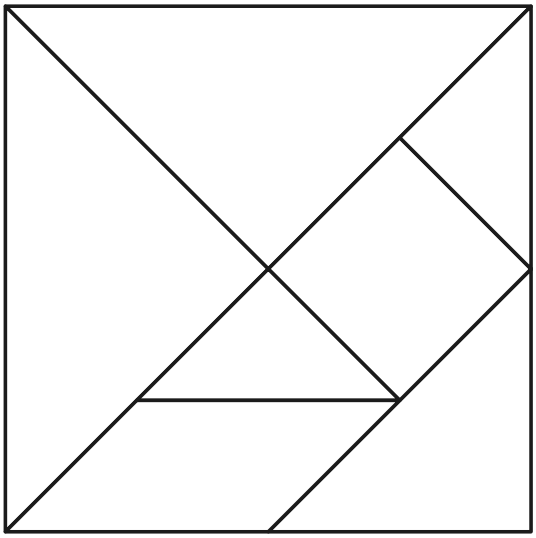
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Tangrammet

Ett tangram är ett pussel med sju bitar: fem trianglar, en kvadrat och ett parallellogram. Tillsammans bildar bitarna en stor kvadrat. Den stora kvadraten har arean 400 cm^2.



Frågorna

1. Hur stor area har varje bit?
2. Vilka bitar har lika stor area?

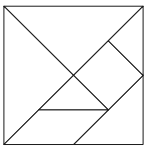
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

LÖSNINGSFÖRSLAG · GEOMETRI

TANGRAMMET

PROBLEMET

Ett tangram är ett pussel med sju bitar: fem trianglar, en kvadrat och ett parallellogram. Tillsammans bildar bitarna en stor kvadrat. Den stora kvadraten har arean 400 cm².



Hur stor area har varje bit?

Vilka bitar har lika stor area?

Svaret: De stora trianglarna är 100 cm², de små 25 och de tre andra 50 var.
Kontroll: 2 · 100 + 3 · 50 + 2 · 25 = 400 för alla sju bitarna.

IDÉN: *Kvadraten, parallellogrammet och den mellanstora triangeln är två små trianglar var, så olika former kan ha samma area.*

LÖSNING A: BITARNA PÅ VARANDRA



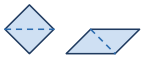
De två stora är halva den stora kvadraten.
En stor: 400 / 4 = 100 cm²



Den mellanstora täcker halva den stora:
100 / 2 = 50 cm²



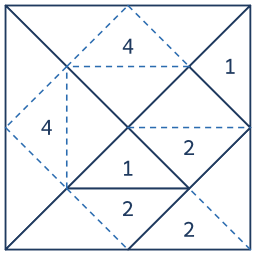
De två små täcker den mellanstora:
50 / 2 = 25 cm²



De täcker också kvadraten och parallellogrammet:
2 · 25 = 50 cm² ✓

Eleven lägger bitarna på varandra och halverar, från en stor triangel på 100 cm² till en liten.

LÖSNING B: 16 SMÅ TRIANGLAR



4 + 4 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16 små trianglar
↓
400 / 16 = 25 cm²

stor: 4 · 25 = 100 cm²
med 2 små: 2 · 25 = 50 cm²
liten: 25 cm² ✓

Eleven delar hela kvadraten i 16 små trianglar och räknar hur många som ryms i varje bit.

LÖSNING C: TANKEVURPA

Tangrammet har 7 bitar.
400 / 7 = 57 rest 1
Svar: Ungefär 57 cm² var.

Eleven delar som om alla sju bitar vore lika stora, men fyra små täcker en stor triangel.
Fråga: ”Hur kan ni pröva 57 cm² med bitarna?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Vilka bitar lägger eleven på varandra i lösning A?
2. Varför delar eleven i lösning B 400 med 16?
3. Var syns det i båda lösningarna att kvadraten och parallellogrammet har samma area?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om hela tangrammet var 1 000 cm², och varför?

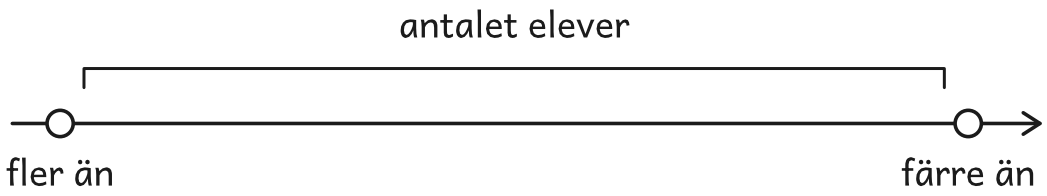
VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Skolan

På en skola går fler än 300 och färre än 400 elever. Exakt 1/3 av eleverna går i årskurs 7. Exakt 20 % av eleverna åker buss till skolan.



Frågorna

1. Hur många elever kan det gå på skolan? Ge ett exempel.
2. Hitta alla möjliga antal, och en regel för dem.

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Taluppfattning

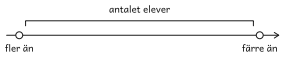
Skolan

Problemet

På en skola går fler än 300 och färre än 400 elever. Exakt 1/3 av eleverna går i årskurs 7. Exakt 20 % av eleverna åker buss till skolan.

Hur många elever kan det gå på skolan? Ge ett exempel.

Hitta alla möjliga antal, och en regel för dem.



Svaret: 315, 330, 345, 360, 375 eller 390 elever, som alla går att dela med 15.
Kontroll: 1/3 av 315 = 105, 20 % av 315 = 63, och 300 och 405 är utanför.

Idén: *1/3 och 20 % går jämnt ut när antalet går att dela med 3 och med 5.*

Lösning A: pröva 1/3 och 20 %

elever	1/3	20 %	går?
320	106 rest 2	64	nej
325	108 rest 1	65	nej
330	110	66	ja
345	115	69	ja
360	120	72	ja

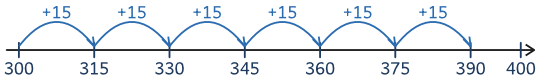
Så räknade vi 345:
345 / 3 = 115
10 % är 34,5
2 · 34,5 = 69

Raderna som går ligger 15 isär:
315, 330, 345, 360, 375 och 390 ✓

Eleven prövar antal i en tabell och ser att de som går ligger 15 isär.

Lösning B: resonemang och tallinje

1/3: går att dela med 3.
20 % är 1/5: går att dela med 5.
Båda: går att dela med 15.
300 / 15 = 20, men 300 är för få.



390 + 15 = 405 är för många. 6 svar ✓

Eleven ser att antalet ska gå att dela med 3 och 5, alltså med 15, och hoppar 15 i taget.

Lösning C: tankevurpa

Mitt emellan 300 och 400: 350
20 % av 350 = 70
Svar: 350 elever.

20 % stämmer, men 1/3 av 350 går inte jämnt ut: 350 / 3 = 116 rest 2.
Fråga: ”Hur kan ni pröva 350 mot hela problemet?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad prövar eleven för varje antal i lösning A?
2. Varför hoppar eleven 15 i taget i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att svaren ligger 15 isär?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om skolan hade mellan 300 och 3 000 elever, och varför?

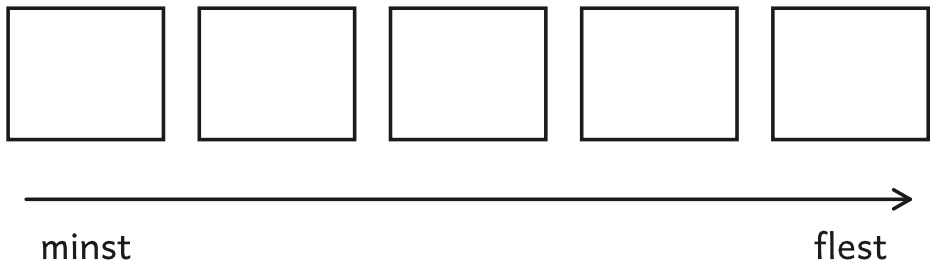
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Samlarbilderna

Fem elever samlar på bilder. Den som har flest har 40 bilder. Medelvärdet är 22 bilder. Medianen är 20 och typvärdet är 20.



Frågorna

1. Hur många bilder kan var och en av de fem ha?
2. Det finns flera svar. Hitta så många ni kan.

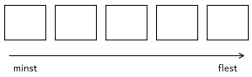
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Samlarbilderna

Problemet

Fem elever samlar på bilder. Den som har flest har 40 bilder. Medelvärdet är 22 bilder. Medianen är 20 och typvärdet är 20.



Hur många bilder kan var och en av de fem ha?

Det finns flera svar. Hitta så många ni kan.

Svaret: Har alla minst en bild, finns det 14 svar, som 10, 20, 20, 20, 40.
Kontroll: 10 + 20 + 20 + 20 + 40 = 110 = 5 · 22, medianen 20 och typvärdet 20.

Idén: *Summan är 5 · 22 = 110, och 20 står minst två gånger.*

Lösning A: pröva och förbättra

Pröva fem tal i storleksordning:

10	15	20	25	40	Summan är 110, men inget tal står två gånger.
10	20	20	20	40	10 + 20 + 20 + 20 + 40 = 110 110 / 5 = 22 ✓
14	16	20	20	40	14 + 16 + 20 + 20 + 40 = 110 110 / 5 = 22 ✓

Medianen och typvärdet är 20 i båda.

Eleven prövar fem tal i storleksordning med summan 110 och ändrar dem tills typvärdet är 20.

Lösning B: det som måste stå

Summan: 5 · 22 = 110

		20		40	Kvar till tre rutor: 110 − 20 − 40 = 50

Typvärdet 20: ett 20 till.

		20	20	40	50 − 20 = 30 till två: 10 och 20, 14 och 16
	20	20		40	50 − 20 = 30 till två: 5 och 25, 6 och 24 ...

Kontroll: 5 + 20 + 20 + 25 + 40 = 110 ✓

Eleven sätter 20 i mitten och 40 sist. De tre andra blir 50, och ett av dem måste vara 20.

Lösning C: tankevurpa

15 + 15 + 20 + 20 + 40 = 110

110 / 5 = 22

Svar: 15, 15, 20, 20 och 40.

Summan, medianen och 40 stämmer, men 15 och 20 står två gånger var, så typvärdet är inte bara 20.
Fråga: ”Vilket villkor har eleven inte prövat?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad prövar eleven för varje rad i lösning A?
2. Varför räknar eleven i lösning B 110 − 20 − 40?
3. Var syns det i båda lösningarna att summan måste vara 110?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för att hitta alla svar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Klädaffären

I en affär med begagnade kläder kostar 2 hattar lika mycket som 5 kjolar. Där kostar 3 kjolar lika mycket som 8 tröjor, och 2 tröjor kostar lika mycket som 3 kepsar.

Fyra vänner handlar. Ali köper 3 hattar, Bea 7 kjolar, Cleo 18 tröjor och Dan 29 kepsar.



hatt



kjol



tröja



keps

Frågorna

1. Vem betalar mest?
2. Ordna de fyra köpen från dyrast till billigast.

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

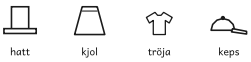
Lösningsförslag · Samband och förändring

Klädaffären

Problemet

I en affär med begagnade kläder kostar 2 hattar lika mycket som 5 kjolar. Där kostar 3 kjolar lika mycket som 8 tröjor, och 2 tröjor kostar lika mycket som 3 kepsar.

Fyra vänner handlar. Ali köper 3 hattar, Bea 7 kjolar, Cleo 18 tröjor och Dan 29 kepsar.



Vem betalar mest?

Ordna de fyra köpen från dyrast till billigast.

Svaret: Ali betalar mest. Från dyrast: Ali, Dan, Bea och Cleo.
Kontroll: Ali 3 · 10 = 30, Dan 29, Bea 7 · 4 = 28, Cleo 18 · 1,5 = 27 kepsar.

Idén: *Alla priser går att räkna om till samma enhet, och enheten går att välja.*

Lösning A: allt i kepsar

2 tröjor kostar som 3 kepsar
8 tröjor: 4 · 3 = 12 kepsar
3 kjolar kostar som 12 kepsar
en kjol: 12 / 3 = 4 kepsar
5 kjolar: 5 · 4 = 20 kepsar
en hatt: 20 / 2 = 10 kepsar

vem	köp	i kepsar
Ali	3 hattar	3 · 10 = 30
Bea	7 kjolar	7 · 4 = 28
Cleo	18 tröjor	9 · 3 = 27
Dan	29 kepsar	29

Från dyrast: Ali 30, Dan 29, Bea 28 och Cleo 27.
Ali betalar mest. ✓

Eleven går igenom likheterna steg för steg och räknar om tröjor, kjolar och hattar till kepsar.

Lösning B: ett påhittat pris

Välj: en keps kostar 10 kr.
en tröja: 3 · 10 / 2 = 15 kr
en kjol: 8 · 15 / 3 = 40 kr
en hatt: 5 · 40 / 2 = 100 kr

vem	köp	kronor
Ali	3 hattar	3 · 100 = 300
Bea	7 kjolar	7 · 40 = 280
Cleo	18 tröjor	18 · 15 = 270
Dan	29 kepsar	29 · 10 = 290

Från dyrast: Ali 300, Dan 290, Bea 280 och Cleo 270.
Ali betalar mest. ✓

Eleven bestämmer att en keps kostar 10 kr och räknar ut priset på de andra sakerna.

Lösning C: tankevurpa

1 kjol = 8 tröjor = 12 kepsar
1 hatt = 5 · 12 / 2 = 30 kepsar
Ali 90, Bea 84, Dan 29, Cleo 27
Svar: Ali, Bea, Dan och Cleo.

Eleven läser 3 kjolar som en kjol. En kjol kostar som 4 kepsar, och en hatt som 10.

Fråga: ”Vad kostar 3 kjolar i kepsar med elevens priser?”

Frågor om tankarna bakom

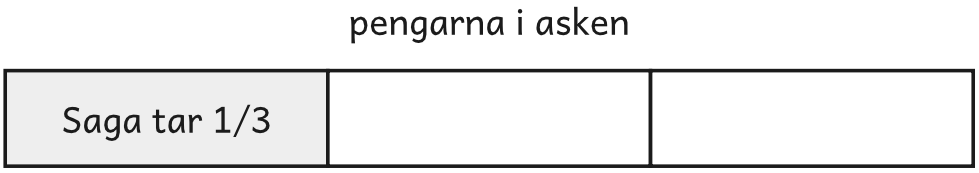
1. Hur räknar eleven i lösning A ut vad en kjol är i kepsar?
2. Varför får eleven i lösning B välja att en keps kostar 10 kr?
3. Var syns det i båda lösningarna att en hatt kostar som tio kepsar?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om en sak till kom med, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Pantpengarna

Tre syskon pantar burkar och lägger pengarna i en ask. Saga tar 1/3 av pengarna och går. Sedan kommer Leo. Han tror att ingen har tagit något och tar 1/3 av det som finns kvar. Sist kommer Mira och gör likadant. Då ligger 8 kr kvar i asken.



Frågorna

1. Hur mycket pengar fick syskonen för burkarna?
2. Hur mycket tog var och en?

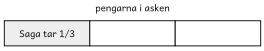
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Taluppfattning

Pantpengarna

Problemet

Tre syskon pantar burkar och lägger pengarna i en ask. Saga tar 1/3 av pengarna och går. Sedan kommer Leo. Han tror att ingen har tagit något och tar 1/3 av det som finns kvar. Sist kommer Mira och gör likadant. Då ligger 8 kr kvar i asken.



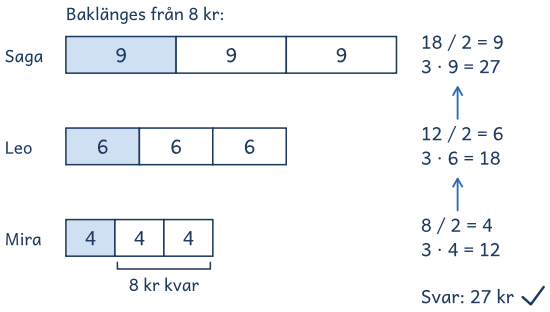
Hur mycket pengar fick syskonen för burkarna?

Hur mycket tog var och en?

Svaret: 27 kr. Saga tog 9 kr, Leo 6 kr och Mira 4 kr.
Kontroll: 27 − 9 = 18, 18 − 6 = 12, 12 − 4 = 8, och var och en tar 1/3.

Idén: *Varje gång blir 2/3 kvar, och 8 kr är 2/3 av det som Mira hittade.*

Lösning A: baklänges med staplar



Eleven ser att de 8 kr som blir kvar är två tredjedelar och går bakåt stapel för stapel.

Lösning B: pröva och förbättra

början	Saga	Leo	Mira	kvar
30	10	nej		
81	27	18	12	24
27	9	6	4	8 ✓

Så räknade vi 27:
27 / 3 = 9
27 − 9 = 18
18 / 3 = 6
18 − 6 = 12
12 / 3 = 4
12 − 4 = 8

81 gav 24 kvar.
24 är tre gånger så mycket som 8:
pröva en tredjedel, 81 / 3 = 27.

Svar: 27 kr ✓

Eleven prövar belopp i en tabell. 81 ger 24 kr kvar, tre gånger 8, så eleven prövar 81 / 3 = 27.

Lösning C: tankevurpa

Mira tog 8 kr: 3 · 8 = 24
Leo: 24 / 2 · 3 = 36
Saga: 36 / 2 · 3 = 54
Svar: 54 kr från början.

Eleven läser 8 kr som Miras del, men 8 kr blev kvar i asken. Med 54 kr blir 16 kr kvar.
Fråga: ”Vad är 8 kr i problemet?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför börjar eleven i lösning A med den nedersta stapeln?
2. Varför prövar eleven 27 efter 81 i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att 2/3 blir kvar varje gång?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fem syskon, och varför?

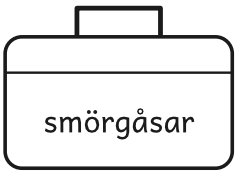
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

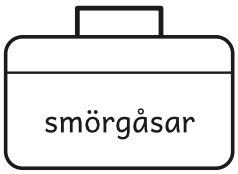
Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Smörgåsarna

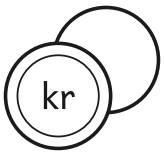
Elsa, Jonas och Kim är på utflykt. Elsa har med sig 2 smörgåsar och Jonas har 3. Smörgåsarna är lika stora. Kim har glömt sin matsäck. De delar de fem smörgåsarna så att alla tre äter lika mycket. Sedan ger Kim 25 kr till Elsa och Jonas för det han har ätit.



Elsa



Jonas



Kim

Frågan

Hur ska Elsa och Jonas dela de 25 kronorna, så att det blir rättvist?

Lösningsförslag · Taluppfattning

Smörgåsarna

Problemet

Elsa, Jonas och Kim är på utflykt. Elsa har med sig 2 smörgåsar och Jonas har 3. Smörgåsarna är lika stora. Kim har glömt sin matsäck. De delar de fem smörgåsarna så att alla tre äter lika mycket. Sedan ger Kim 25 kr till Elsa och Jonas för det han har ätit.



Hur ska Elsa och Jonas dela de 25 kronorna, så att det blir rättvist?

Svaret: Elsa ska få 5 kr och Jonas 20 kr.
Kontroll: Elsa ger 2 − 5/3 = 1/3 och Jonas 3 − 5/3 = 4/3, och 5 + 4 · 5 = 25.

Idén: *Kim betalar för det han får av var och en: 1/3 smörgås av Elsa och 4/3 av Jonas.*

Lösning A: smörgåsarna i tredjedelar



Alla äter 5 av 15 tredjedelar.
Kim får 1 av Elsas och 4 av Jonas.
Kim betalar 25 kr för 5 tredjedelar:
25 / 5 = 5 kr för en tredjedel

Elsa: 1 · 5 = 5 kr Jonas: 4 · 5 = 20 kr ✓

Eleven delar smörgåsarna i tredjedelar och räknar hur många tredjedelar Kim får av Elsa och av Jonas.

Lösning B: räkna med bråk

5 smörgåsar delas på 3:
5 / 3 = 5/3 var
Elsa ger: 2 − 5/3 = 1/3
Jonas ger: 3 − 5/3 = 4/3
Kim får 1/3 + 4/3 = 5/3 för 25 kr.
1/3 kostar 25 / 5 = 5 kr.

Elsa: 5 kr Jonas: 4 · 5 = 20 kr ✓

Eleven räknar ut att var och en äter 5/3 smörgås och drar det från Elsas 2 och Jonas 3.

Lösning C: tankevurpa

25 / 5 = 5 kr per smörgås
Elsa: 2 · 5 = 10 kr
Jonas: 3 · 5 = 15 kr
Svar: Elsa 10 kr, Jonas 15 kr.

Kim betalar för det han äter. Elsa åt själv 5/3 och gav Kim bara 1/3 smörgås.
Fråga: ”Vad betalar Kim för, och vem gav honom mest?”

Frågor om tankarna bakom

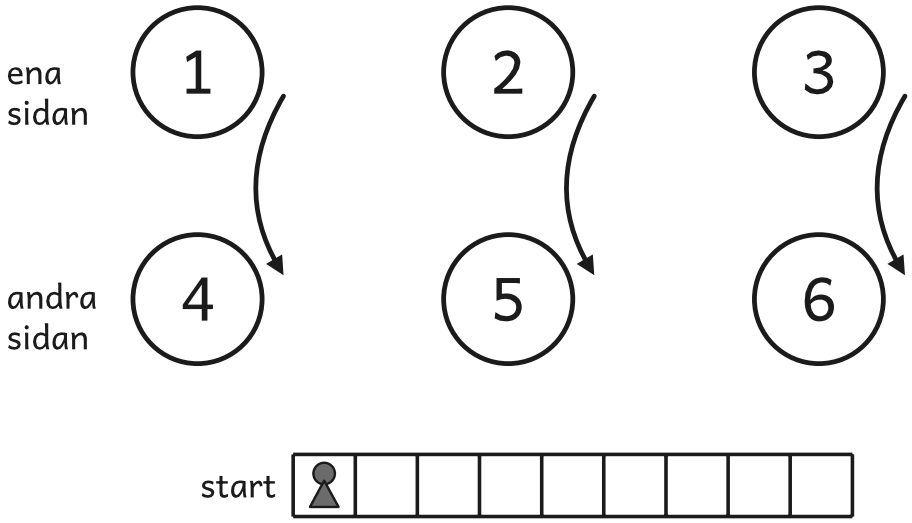
1. Hur visar eleven i lösning A vad Kim äter av Elsas och Jonas smörgåsar?
2. Varför räknar eleven i lösning B 2 − 5/3?
3. Var syns det i båda lösningarna att Jonas ger fyra gånger så mycket som Elsa?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fyra personer, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Spelbrickorna

I klassens eget brädspel kastar man tre brickor i stället för en tärning. Varje bricka har ett tal på varje sida. Den första brickan har 1 och 4, den andra 2 och 5 och den tredje 3 och 6. Varje sida hamnar uppåt lika ofta. Man lägger ihop talen som hamnar uppåt och går lika många steg.



Frågorna

1. Hur många olika summor kan man få?
2. Vilken eller vilka summor är vanligast, och hur stor är chansen för var och en av dem?

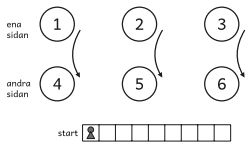
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Spelbrickorna

Problemet

I klassens eget brädspel kastar man tre brickor i stället för en tärning. Varje bricka har ett tal på varje sida. Den första brickan har 1 och 4, den andra 2 och 5 och den tredje 3 och 6. Varje sida hamnar uppåt lika ofta. Man lägger ihop talen som hamnar uppåt och går lika många steg.



Hur många olika summor kan man få?

Vilken eller vilka summor är vanligast, och hur stor är chansen för var och en av dem?

Svaret: 4 summor: 6, 9, 12 och 15. Vanligast: 9 och 12, 3 av 8 var.
Kontroll: 6, 9, 12 och 15 kommer på 1, 3, 3 och 1 sätt, och 1 + 3 + 3 + 1 = 8.

Idén: *De åtta sätten att landa är lika vanliga, men flera av dem ger samma summa.*

Lösning A: skriva alla åtta sätt

bricka 1	bricka 2	bricka 3	summa
1	2	3	6
1	2	6	9
1	5	3	9
1	5	6	12
4	2	3	9
4	2	6	12
4	5	3	12
4	5	6	15

Så ofta:
6: 1 sätt
9: 3 sätt
12: 3 sätt
15: 1 sätt

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ sätt

4 olika summor

Vanligast: 9 och 12, 3 av 8 sätt var ✓

Eleven skriver alla åtta sätt, bricka för bricka, och räknar hur ofta varje summa kommer.

Lösning B: räkna de stora talen

Alla små tal uppåt: 1 + 2 + 3 = 6

Ett stort tal ger 3 till: 4 − 1 = 3, 5 − 2 = 3, 6 − 3 = 3

stora tal uppåt	summa	sätt	
0	6	1	
1	6 + 3 = 9	3	→ vilken är stor? 3 sätt
2	6 + 6 = 12	3	→ vilken är liten? 3 sätt
3	6 + 9 = 15	1	

1 + 3 + 3 + 1 = 8 sätt

4 summor. Vanligast: 9 och 12, 3 av 8 sätt var ✓

Eleven lägger till 3 för varje stort tal uppåt och räknar på hur många sätt varje summa kan komma.

Lösning C: tankevurpa

Det kan bli 6, 9, 12 eller 15.

4 summor, lika stor chans.

Svar: ingen, alla 1 av 4.

Eleven tror att de fyra summorna är lika vanliga, fast de kommer på olika många sätt.

Fråga: ”Hur kan ni pröva elevens svar med brickorna i problemets bild?”

Frågor om tankarna bakom

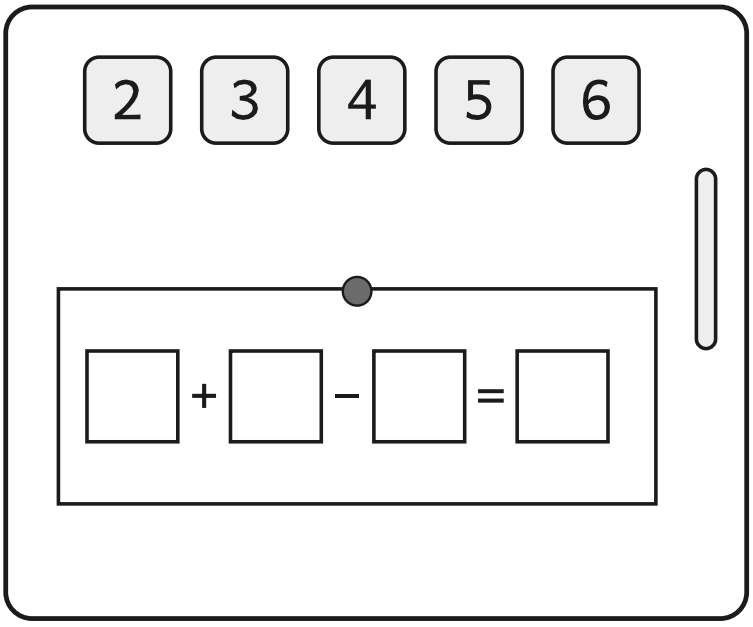
1. Hur vet eleven i lösning A att listan har alla sätt?
2. Varför lägger eleven i lösning B till 3 för varje bricka med det stora talet uppåt?
3. Var syns det i båda lösningarna att flera sätt att landa ger samma summa?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fem brickor, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Magneterna

På kylskåpet sitter fem magneter med talen 2, 3, 4, 5 och 6. Där sitter också en lapp med fyra tomma rutor. Mellan rutorna står plus, minus och lika med. Moa sätter en magnet i varje ruta, så att likheten stämmer. En magnet blir över.



Frågorna

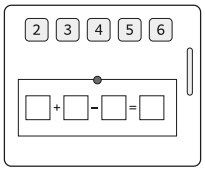
1. Vilka tal kan stå efter likhetstecknet? Hitta alla.
2. Vilka magneter kan bli över?

LÖSNINGSFÖRSLAG · ALGEBRA

MAGNETERNA

PROBLEMET

På kylskåpet sitter fem magneter med talen 2, 3, 4, 5 och 6. Där sitter också en lapp med fyra tomma rutor. Mellan rutorna står plus, minus och lika med. Moa sätter en magnet i varje ruta, så att likheten stämmer. En magnet blir över.



Vilka tal kan stå efter likhetstecknet? Hitta alla.

Vilka magneter kan bli över?

Svaret: Alla fem kan stå efter likhetstecknet. Bara 2, 4 eller 6 kan bli över.
Kontroll: 2 + 5 = 3 + 4, 2 + 6 = 3 + 5, 3 + 6 = 4 + 5. 20 − 3, 20 − 5 är udda.

IDÉN: *Likheten stämmer när de två första talen tillsammans är lika mycket som de två sista.*

LÖSNING A: PRÖVA TAL FÖR TAL

efter =	likheten	över
2	3 + 5 − 6 = 2	4
3	2 + 5 − 4 = 3	6
4	3 + 6 − 5 = 4	2
5	2 + 6 − 3 = 5	4
6	3 + 5 − 2 = 6	4

Alla fem kan stå efter =.

Kontroll med plus:
3 + 5 = 6 + 2
De två första är lika mycket som de två sista.

Över blev 2, 4 och 6.

3 eller 5 över? Pröva alla par:
3 över: 2 + 4 ≠ 5 + 6, 2 + 5 ≠ 4 + 6, 2 + 6 ≠ 4 + 5
5 över: 2 + 3 ≠ 4 + 6, 2 + 4 ≠ 3 + 6, 2 + 6 ≠ 3 + 4

Efter =: alla fem. Över: 2, 4 eller 6. ✓

Eleven sätter tal för tal efter likhetstecknet och prövar sedan alla par med 3 eller 5 över.

LÖSNING B: PAR MED SAMMA SUMMA

2 + 5 − 3 = 4 är samma som 2 + 5 = 3 + 4

Två par med samma summa:
2 + 5 = 3 + 4 → 6 över
2 + 6 = 3 + 5 → 4 över
3 + 6 = 4 + 5 → 2 över

Alla fem tal finns i ett par, så alla kan stå efter =.

Två lika summor blir tillsammans ett jämnt tal.

2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20
Utan 3: 20 − 3 = 17
Utan 5: 20 − 5 = 15
Udda, så 3 och 5 kan inte bli över.

Efter =: alla fem. Över: 2, 4 eller 6. ✓

Eleven gör två par med samma summa och ser att de fyra magneterna tillsammans måste bli ett jämnt tal.

LÖSNING C: TANKEVURPA

3 + 5 − 6 = 2 och 2 + 5 − 4 = 3
2 + 5 − 3 = 4 och 2 + 6 − 3 = 5
Minus gör mindre, så inte 6.
Svar: 2, 3, 4 och 5 efter =.

Eleven tror att en uträkning med minus inte kan ge det största talet, och prövar aldrig 6 efter likhetstecknet.
Fråga: ”Vilka likheter kan börja med 4 + 5?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

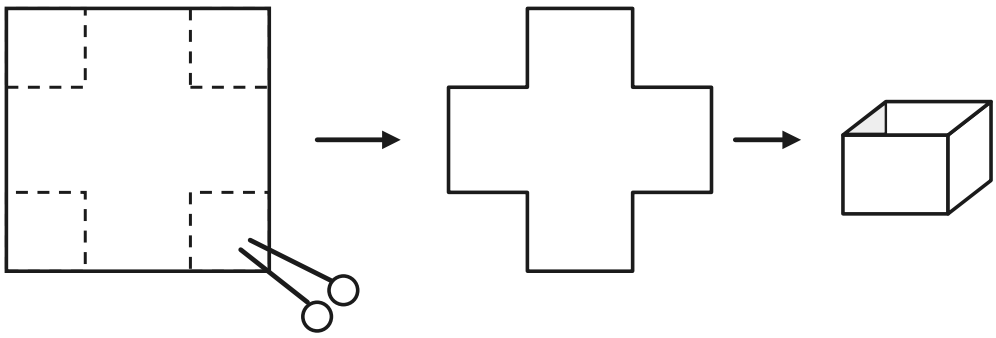
1. Hur vet eleven i lösning A att 3 och 5 aldrig kan bli över?
2. Varför kan eleven i lösning B skriva om likheten till två par?
3. Var syns det i båda lösningarna att två par har samma summa?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fler magneter, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Pappersasken

Selma ska vika en ask av ett kvadratiskt papper. Hon klipper bort en lika stor kvadrat i varje hörn, och kvar blir ett kors. De fyra bitarna har tillsammans arean 36 cm^2, och korset har arean 64 cm^2.



papperet korset asken

Frågorna

1. Hur lång är kanten runt korset innan Selma viker det?
2. Hur ändras längden på kanten runt korset om Selma klipper större hörn ur samma papper och får ett kors kvar?

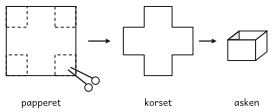
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

LÖSNINGSFÖRSLAG · GEOMETRI

PAPPERSASKEN

PROBLEMET

Selma ska vika en ask av ett kvadratiskt papper. Hon klipper bort en lika stor kvadrat i varje hörn, och kvar blir ett kors. De fyra bitarna har tillsammans arean 36 cm², och korset har arean 64 cm².



Hur lång är kanten runt korset innan Selma viker det?

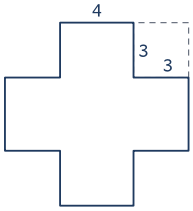
Hur ändras längden på kanten runt korset om Selma klipper större hörn ur samma papper och får ett kors kvar?

Svaret: 40 cm. Med större hörn är kanten lika lång, så länge ett kors blir kvar.

Kontroll: 8 · 3 + 4 · 4 = 40 = 4 · 10.

IDÉN: *Ett bortklippt hörn ändrar var kanten går, men inte hur lång den är.*

LÖSNING A: RÄKNA UT ALLA MÅTT



8 sträckor på 3 cm
4 sträckor på 4 cm

Papperet: 36 + 64 = 100 cm²
sidan 10 cm, för 10 · 10 = 100

Ett hörn: 36 / 4 = 9 cm²
sidan 3 cm, för 3 · 3 = 9

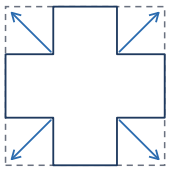
Armen: 10 − 3 − 3 = 4 cm

Runt korset: 8 · 3 + 4 · 4 = 40 cm ✓

Större hörn, 4 cm:
armen 10 − 4 − 4 = 2 cm
8 · 4 + 4 · 2 = 32 + 8 = 40 cm
Lika lång kant! ✓

Eleven får sidorna ur areorna, lägger ihop alla sträckor och prövar större hörn.

LÖSNING B: FLYTTA UT HÖRNENS KANTER



Flytta ut kanterna i hörnen.
Då blir de papperets kant.

Papperet: 36 + 64 = 100 cm²
sidan 10 cm, för 10 · 10 = 100

Runt korset: 4 · 10 = 40 cm ✓

Större hörn: kanterna flyttas ut på samma sätt.
Kanten är 40 cm så länge det blir ett kors. ✓

Eleven flyttar ut sträckorna i hörnen till papperets kant och får sidan ur 36 + 64 = 100.

LÖSNING C: TANKEVURPA

Papperet: 4 · 10 = 40 cm

Hörnen tar 4 · (3 + 3) = 24 cm

Svar: 40 − 24 = 16 cm

Eleven drar bort kanten som Selma klipper bort men glömmer de nya sträckorna.

Fråga: ”Vad ger elevens sätt med hörn på 4 cm, och hur lång är kanten runt det korset?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

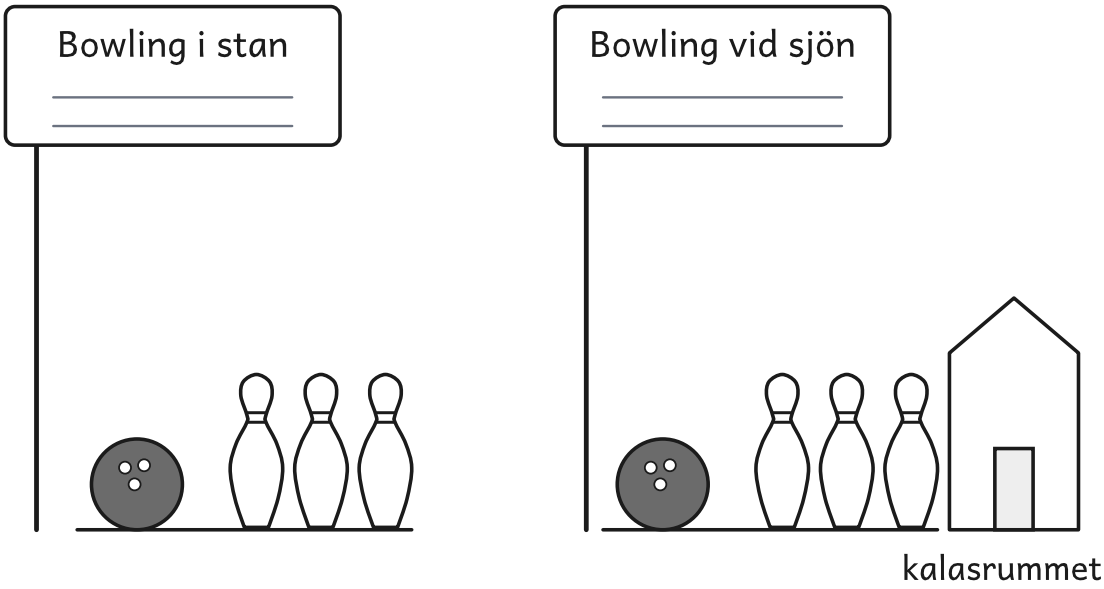
1. Hur får eleven i lösning A sidorna ur areorna?
2. Varför blir kanten runt korset lika lång som papperets, när eleven i lösning B flyttar ut sträckorna i hörnen?
3. Var syns det i båda lösningarna att större hörn inte gör kanten kortare?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om hörnen var 2 cm, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Bowlingkalaset

Isak ska ha kalas och bowla. Hallen i stan tar 100 kr per person och inget mer. Ett kalas i hallen vid sjön kostar 300 kr för kalasrummet och sedan 70 kr per person. Priset per person gäller alla som bowlar, också Isak.



Frågorna

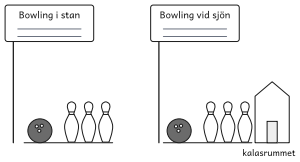
1. Vilken hall är billigast?
2. Ge Isak ett råd som passar hur många de än blir.

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Bowlingkalaset

Problemet

Isak ska ha kalas och bowla. Hallen i stan tar 100 kr per person och inget mer. Ett kalas i hallen vid sjön kostar 300 kr för kalasrummet och sedan 70 kr per person. Priset per person gäller alla som bowlar, också Isak.



Vilken hall är billigast?

Ge Isak ett råd som passar hur många de än blir.

Svaret: Under 10 personer: i stan. Över 10: vid sjön. Är de 10 kostar båda lika.
Kontroll: 9 personer: 900 < 930. 10: 1 000 och 1 000. 11: 1 100 > 1 070.

Idén: *Hallen vid sjön börjar 300 kr dyrare men blir 30 kr billigare för varje person.*

Lösning A: två personer i taget

personer	i stan	vid sjön	billigast
2	200	440	stan
4	400	580	stan
6	600	720	stan
8	800	860	stan
10	1 000	1 000	lika
12	1 200	1 140	sjön

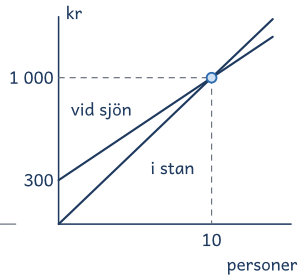
Så räknade vi raden med 8:
→ 8 · 100 = 800
300 + 8 · 70 = 860

Färre än 10: i stan. 10: lika.
Fler än 10: vid sjön. ✓

Eleven räknar båda priserna för 2, 4, 6 och fler personer, tills de är lika.

Lösning B: ta igen 300 kr

Vid sjön: 300 kr dyrare först.
Varje person: 100 − 70 = 30 kr billigare vid sjön.
↓
300 / 30 = 10 personer
↓
10 · 100 = 1 000 kr
300 + 10 · 70 = 1 000 kr



Färre än 10: i stan.
Fler än 10: vid sjön. ✓

Eleven ser att hallen vid sjön tar igen 30 kr per person och delar 300 med 30.

Lösning C: tankevurpa

Per person: stan 100, sjön 70
70 kr är mindre än 100 kr.
Svar: Vid sjön är billigast.

Eleven jämför bara priset per person och glömmer de 300 kr för kalasrummet.

Fråga: ”Vad kostar ett kalas med 4 personer i de två hallarna?”

Frågor om tankarna bakom

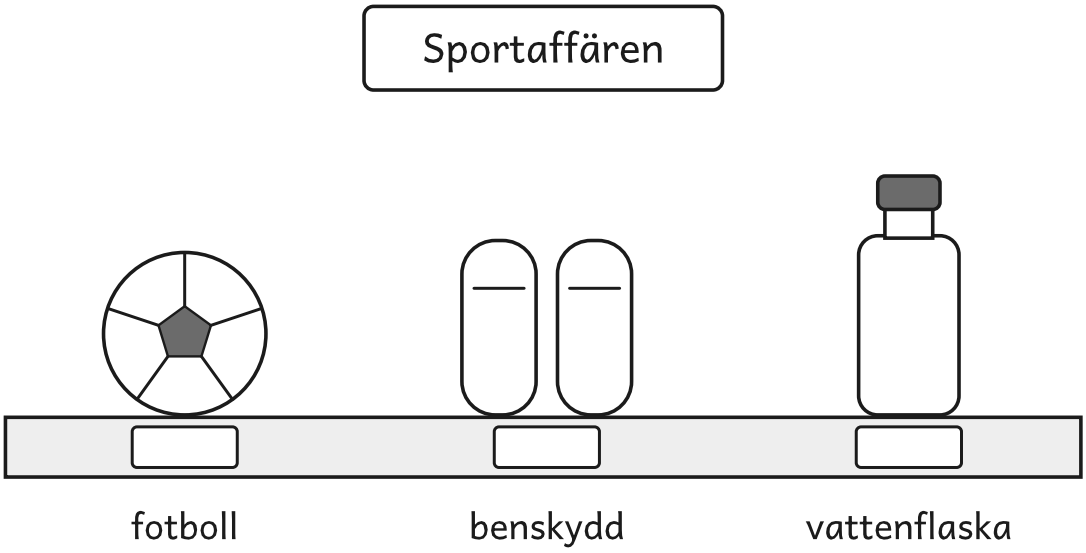
1. Var i tabellen ser eleven i lösning A att hallen vid sjön blir billigare?
2. Varför delar eleven i lösning B 300 med 30?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje person till kostar 30 kr mindre vid sjön än i stan?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om kalasrummet kostade 500 kr, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Träningsväskan

Wilma köper tre saker till sin träningsväska: en fotboll, ett par benskydd och en vattenflaska. Hon betalar 500 kr för allt. Bollen kostar 90 kr mer än vattenflaskan. Bollen och vattenflaskan kostar tillsammans 160 kr mer än benskydden.



Frågan

Vad kostar varje sak?

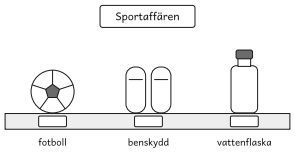
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Algebra

Träningsväskan

Problemet

Wilma köper tre saker till sin träningsväska: en fotboll, ett par benskydd och en vattenflaska. Hon betalar 500 kr för allt. Bollen kostar 90 kr mer än vattenflaskan. Bollen och vattenflaskan kostar tillsammans 160 kr mer än benskydden.



Vad kostar varje sak?

Svaret: Benskydden kostar 170 kr, bollen 210 kr och vattenflaskan 120 kr.
Kontroll: 170 + 210 + 120 = 500, 210 − 120 = 90 och
210 + 120 − 170 = 160.

Idén: *Jämförelserna binder ihop priserna, så när ett pris är känt är alla kända.*

Lösning A: gissa flaskans pris

flaska	boll	benskydd	allt
100	190	130	420
110	200	150	460
120	210	170	500 ✓

Så räknade vi raden med 100:
100 + 90 = 190
190 + 100 − 160 = 130
100 + 190 + 130 = 420

Flaskan 10 kr dyrare: allt 40 kr dyrare.
420, 460, 500. Den tredje gissningen stämmer.

Flaska 120 kr, boll 210 kr, benskydd 170 kr ✓

Eleven gissar flaskans pris, räknar ut de andra och gissar igen tills allt blir 500 kr.

Lösning B: ta bort skillnaden först

benskydd
boll + flaska 160

Allt 500 kr, utan 160 kr:
(500 − 160) / 2 = 170

Benskydd 170 kr, boll + flaska 170 + 160 = 330 kr

flaska
boll 90

Tillsammans 330 kr, utan 90 kr:
(330 − 90) / 2 = 120

Flaska 120 kr, boll 120 + 90 = 210 kr

Kontroll: 170 + 210 + 120 = 500 ✓

Eleven ritar staplar och gör samma sak två gånger: tar bort skillnaden från summan och halverar resten.

Lösning C: tankevurpa

Boll 90 kr, flaska 160 − 90 = 70
Benskydd: 500 − 160 = 340 kr
Svar: 340, 90 och 70 kr

Eleven läser ”90 kr mer” och ”160 kr mer” som priser, fast de är skillnader mellan priser.
Fråga: ”Hur mycket mer än benskydden kostar bollen och flaskan i elevens svar?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur mycket ändras summan i lösning A, när eleven gissar 10 kr mer för flaskan?
2. Varför tar eleven i lösning B bort 160 kr innan hen delar med 2?
3. Var använder båda lösningarna att bollen kostar 90 kr mer än flaskan?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om priserna hade ören, och varför?

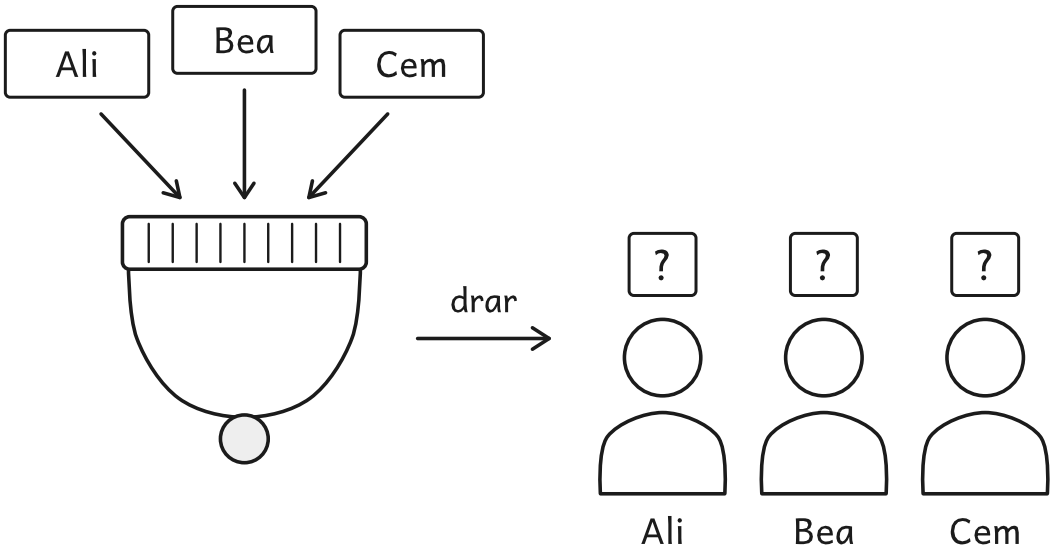
Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005), Köpa böcker.

Hemlig kompis

Ali, Bea och Cem ska dra hemlig kompis. De lägger tre lappar med sina namn i en mössa och drar en lapp var utan att titta. När alla har dragit, tittar de. Har någon sitt eget namn, drar alla om.



Frågorna

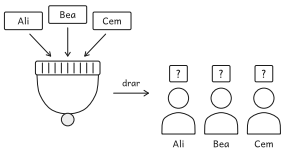
1. Hur många av dem kan få sitt eget namn i samma dragning? Hitta alla antal som går.
2. Hur stor är chansen att de slipper dra om?

LÖSNINGSFÖRSLAG · SANNOLIKHET OCH STATISTIK

HEMLIG KOMPIS

PROBLEMET

Ali, Bea och Cem ska dra hemlig kompis. De lägger tre lappar med sina namn i en mössa och drar en lapp var utan att titta. När alla har dragit, tittar de. Har någon sitt eget namn, drar alla om.



Hur många av dem kan få sitt eget namn i samma dragning? Hitta alla antal som går.

Hur stor är chansen att de slipper dra om?

Svaret: 0, 1 eller 3 egna namn. Chansen att slippa dra om är 1/3.
Kontroll: En dragning ger 3 egna, tre ger 1 och två ger 0: 1 + 3 + 2 = 6.

IDÉN: *Lapparna hamnar på 6 lika troliga sätt. Om två har sitt eget namn, har alla tre det.*

LÖSNING A: LISTA ALLA DRAGNINGAR

Ali får	Bea får	Cem får	egna
Ali	Bea	Cem	3
Ali	Cem	Bea	1
Bea	Ali	Cem	1
Bea	Cem	Ali	0
Cem	Ali	Bea	0
Cem	Bea	Ali	1

3 egna: 1 sätt
2 egna: 0 sätt
1 eget: 3 sätt
0 egna: 2 sätt

1 + 0 + 3 + 2 = 6

↓

Ingen får sitt eget:
2/6 = 1/3 ✓

Eleven skriver alla sätt som lapparna kan hamna på, i ordning, och räknar de egna namnen i varje.

LÖSNING B: TÄNKA ANTAL FÖR ANTAL

Ali kan få 3 olika, Bea 2 och Cem 1:
3 · 2 · 1 = 6 sätt

3 egna: 1 sätt

2 egna: Då är den sista lappen den tredjes egen, och då blir det 3. Exakt 2 går inte.

1 eget: Välj vem, 3 sätt. De två andra har varandras lappar.

0 egna: 6 − 1 − 3 = 2 sätt

Ingen får sitt eget: 2/6 = 1/3 ✓

Eleven räknar 3 · 2 · 1 = 6 sätt och tänker ut hur många av dem som ger varje antal.

LÖSNING C: TANKEVURPA

Var och en: chansen 1/3

1/3 + 1/3 + 1/3 = 1

Någon får alltid sitt eget.

Svar: 1, 2 eller 3. Chansen 0.

Eleven lägger ihop chanserna, men alla tre kan få sitt eget samtidigt, och ibland får ingen det. Exakt två går inte.

Fråga: ”Hur kan ni pröva elevens svar med tre lappar?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

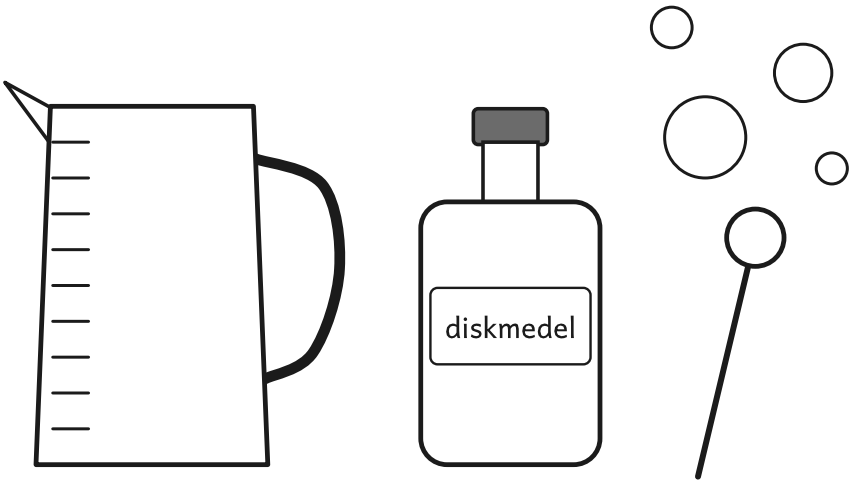
1. Hur ser eleven i lösning A till att varje dragning kommer med precis en gång?
2. Varför kan det i lösning B aldrig bli exakt två egna namn?
3. Var syns det i båda lösningarna att 2 av de 6 sätten ger 0 egna namn?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om de var fyra, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Bubbelvätskan

Receptet på bubbelvätska är 1 del diskmedel och 3 delar vatten. Sara har blandat 1 dl diskmedel med 9 dl vatten, och Leo 3 dl diskmedel med 5 dl vatten. Ingen vill hälla bort något, och båda vill hälla i så lite som möjligt.



bubbelvätska

Frågorna

1. Hur mycket diskmedel ska Sara hälla i för att det ska bli som i receptet?
2. Blev Leos blandning rätt? Om inte, vad ska han hälla i, och hur mycket?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Samband och förändring

Bubbelvätskan

Problemet

Receptet på bubbelvätska är 1 del diskmedel och 3 delar vatten. Sara har blandat 1 dl diskmedel med 9 dl vatten, och Leo 3 dl diskmedel med 5 dl vatten. Ingen vill hälla bort något, och båda vill hälla i så lite som möjligt.

Hur mycket diskmedel ska Sara hälla i för att det ska bli som i receptet?

Blev Leos blandning rätt? Om inte, vad ska han hälla i, och hur mycket?



Svaret: Sara häller i 2 dl diskmedel. Leo blandade fel och häller i 4 dl vatten.

Kontroll: Båda får 3 dl diskmedel och 9 dl vatten: 9 = 3 · 3.

Idén: *I receptet går det 3 dl vatten på varje dl diskmedel, hur mycket man än blandar.*

Lösning A: bygga upp receptet

diskmedel	vatten	
1	3	← receptet
2	6	← dubbelt
3	9	← tre gånger
4	12	← fyra gånger

Sara har 9 dl vatten: raden 3 och 9.
3 − 1 = 2 dl till

Leo har 3 dl diskmedel: också raden 3 och 9.
9 − 5 = 4 dl till

Sara: 2 dl diskmedel till. Leo: 4 dl vatten till. ✓

Eleven tar receptet gånger 2, 3 och 4 i en tabell och letar upp rätt rad.

Lösning B: rita grupper av rutor



Båda får 3 dl diskmedel och 9 dl vatten. ✓

Eleven ritar varje dl som en ruta och ger varje dl diskmedel en grupp med 3 dl vatten.

Lösning C: tankevurpa

Receptet: 3 − 1 = 2 mer vatten

Sara: 9 − 2 = 7 dl, 6 dl till

Leo: 5 − 3 = 2, det stämmer

Svar: Sara 6 dl, Leo inget.

Eleven räknar med skillnaden, men i receptet är vattnet 3 gånger så mycket som diskmedlet.

Fråga: ”Hur mycket vatten ger elevens sätt till 10 dl diskmedel?”

Frågor om tankarna bakom

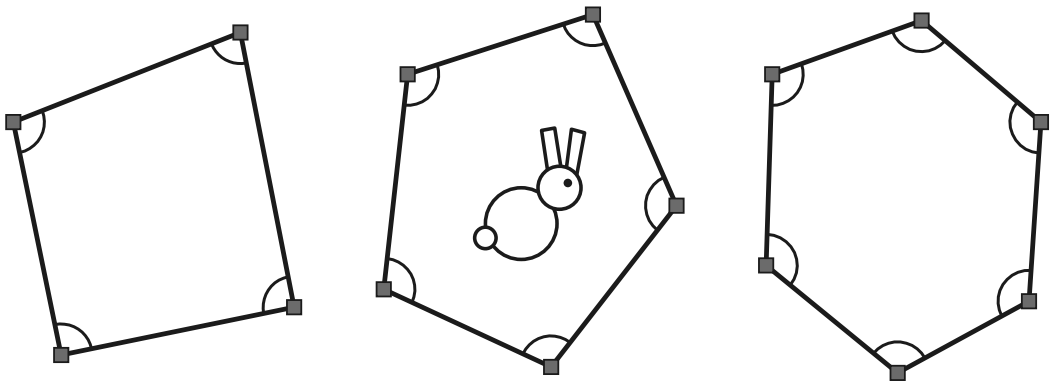
1. Hur väljer eleven rad i tabellen i lösning A, för Sara och för Leo?
2. Varför delar eleven i lösning B Saras vatten med 3, men tar Leos diskmedel gånger 3?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje dl diskmedel behöver 3 dl vatten?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om Sara hade 30 dl vatten, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Kaninhagarna

Saga bygger hagar till kaninerna av raka staketbitar, och inga hörn pekar inåt. Hon undrar hur stor summan av vinklarna inne i hagens hörn blir. Hon vet att vinkelsumman i en triangel är 180°.



Frågorna

1. Hur stor är vinkelsumman i en hage med 4 hörn, i en med 5 och i en med 6?
2. Hur stor blir den med 10 hörn? Hitta en regel för alla antal hörn.

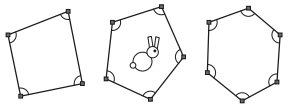
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Geometri

Kaninhagarna

Problemet

Saga bygger hagar till kaninerna av raka staketbitar, och inga hörn pekar inåt. Hon undrar hur stor summan av vinklarna inne i hagens hörn blir. Hon vet att vinkelsumman i en triangel är 180°.



Hur stor är vinkelsumman i en hage med 4 hörn, i en med 5 och i en med 6?

Hur stor blir den med 10 hörn? Hitta en regel för alla antal hörn.

Svaret: 360°, 540°, 720° och 1 440°. Regeln är (antal hörn − 2) · 180°.
Kontroll: En rektangel: 4 · 90 = 360 = (4 − 2) · 180 = 4 · 180 − 360.

Idén: *Varje hage går att dela i trianglar med 180° var, och varje nytt hörn ger en triangel till.*

Lösning A: dela från ett hörn

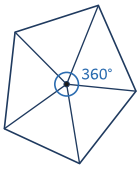


hörn	trianglar	summa
4	2	360°
5	3	540°
6	4	720°
10	8	1 440°

Trianglarna är alltid 2 färre än hörnen.
↓
10 hörn: 8 trianglar
8 · 180 = 1 440 ✓
Regel: (hörn − 2) · 180°

Eleven drar streck från ett hörn till de andra hörnen och räknar trianglarna, som alltid är 2 färre än hörnen.

Lösning B: dela från en punkt



5 trianglar: 5 · 180 = 900
runt punkten: 360
↓
900 − 360 = 540 ✓

4 hörn: 4 · 180 − 360 = 360
6 hörn: 6 · 180 − 360 = 720
10 hörn: 10 · 180 − 360 = 1 440

Regel: hörn · 180° − 360°

Eleven drar streck från en punkt inne i hagen till varje hörn och tar bort de 360° runt punkten.

Lösning C: tankevurpa

5 hörn ger 540°.

10 hörn är dubbelt så många:

2 · 540 = 1 080

Svar: 1 080°, regel hörn · 108°

Eleven tror att dubbelt så många hörn ger dubbelt så stor summa, men varje nytt hörn ger 180° till.

Fråga: ”Triangeln har 180°. Vad ger elevens sätt för 6 hörn?”

Frågor om tankarna bakom

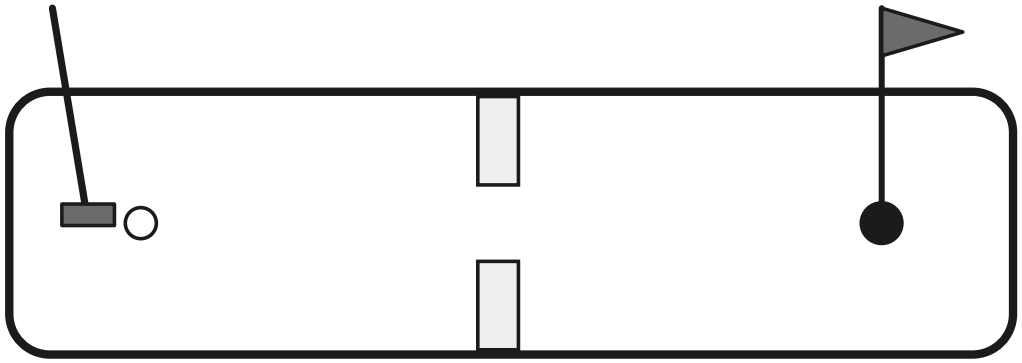
1. Varför får eleven i lösning A 2 trianglar färre än hörnen i varje hage?
2. Varför tar eleven i lösning B bort 360° från trianglarnas summa?
3. Var syns det i båda lösningarna att ett hörn till ger 180° mer?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för en hage med 100 hörn, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Minigolfen

Ali spelar minigolf. På varje bana slår han från 1 till 9 slag, och poängen för banan är 10 minus antalet slag. Med 3 slag får han alltså 10 − 3 = 7 poäng. Sammanlagt slog Ali 20 slag och fick 30 poäng. Mira spelar på samma sätt.



en bana

Frågorna

1. Hur många banor spelade Ali?
2. Kan Mira få 35 poäng på 15 slag? Och på 20 slag? Visa hur ni vet.

Idén kommer ur Nämnaren 2025:2, Problemavdelningen, nr 4477.

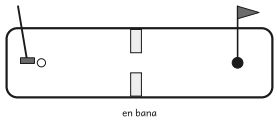
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

LÖSNINGSFÖRSLAG · ALGEBRA

MINIGOLFEN

PROBLEMET

Ali spelar minigolf. På varje bana slår han från 1 till 9 slag, och poängen för banan är 10 minus antalet slag. Med 3 slag får han alltså 10 − 3 = 7 poäng. Sammanlagt slog Ali 20 slag och fick 30 poäng. Mira spelar på samma sätt.



Hur många banor spelade Ali?

Kan Mira få 35 poäng på 15 slag? Och på 20 slag? Visa hur ni vet.

Svaret: Ali spelade 5 banor. Mira kan få 35 poäng på 15 slag, inte på 20.
Kontroll: Ali: 20 + 30 = 5 · 10. Mira: 15 + 35 = 5 · 10, men 20 + 35 = 5,5 · 10.

IDÉN: *Antalet banor avgör summan av slag och poäng, hur Ali än slår.*

LÖSNING A: PRÖVA MED EGNA SLAG

4 banor:
5 + 5 + 5 + 5 = 20 slag
5 + 5 + 5 + 5 = 20 poäng, för få

5 banor:
4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 slag
6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30 poäng ✓
2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20 slag
8 + 7 + 6 + 5 + 4 = 30 poäng ✓

Andra slag på 5 banor ger också 30 poäng.

Mira, 15 slag: 5 · 3 = 15 och 5 · 7 = 35 ✓
Mira, 20 slag: 5 banor ger 30 poäng, 6 banor 40.
Svar: 5 banor. Mira kan på 15 slag, inte på 20.

Eleven fördelar 20 slag på 4 och 5 banor och ser att 5 banor ger 30 poäng på flera sätt.

LÖSNING B: SLAG PLUS POÄNG



En bana: 3 + 7 = 10

Varje bana: slag och poäng är 10 tillsammans.

Ali: 20 + 30 = 50
50 / 10 = 5 banor ✓

Med n banor:
10 · n − 20 = 30
10 · n = 50, så n = 5

Mira, 15 slag:
15 + 35 = 50
50 / 10 = 5 banor ✓

Mira, 20 slag:
20 + 35 = 55
55 / 10 = 5,5, går inte

Hur Ali än slår blir det 5 banor.

Eleven ser att slag och poäng blir 10 på varje bana och delar summan för alla banor med 10.

LÖSNING C: TANKEVURPA

Varje bana ger 10 poäng.
Ali: 30 / 10 = 3 banor
Mira: 35 / 10 = 3,5, går inte
Svar: 3 banor. Mira kan inte.

Eleven ger varje bana 10 poäng, men varje slag kostar en poäng.
Fråga: ”Hur många poäng får Ali på 3 banor om han slår 20 slag?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Hur väljer eleven slagen i lösning A, och varför prövar hen andra antal slag på 5 banor?
2. Hur vet eleven i lösning B att slag och poäng blir 10 tillsammans på varje bana?
3. Var syns det i båda lösningarna att det inte spelar någon roll hur Ali slår?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 100 slag och 150 poäng, och varför?

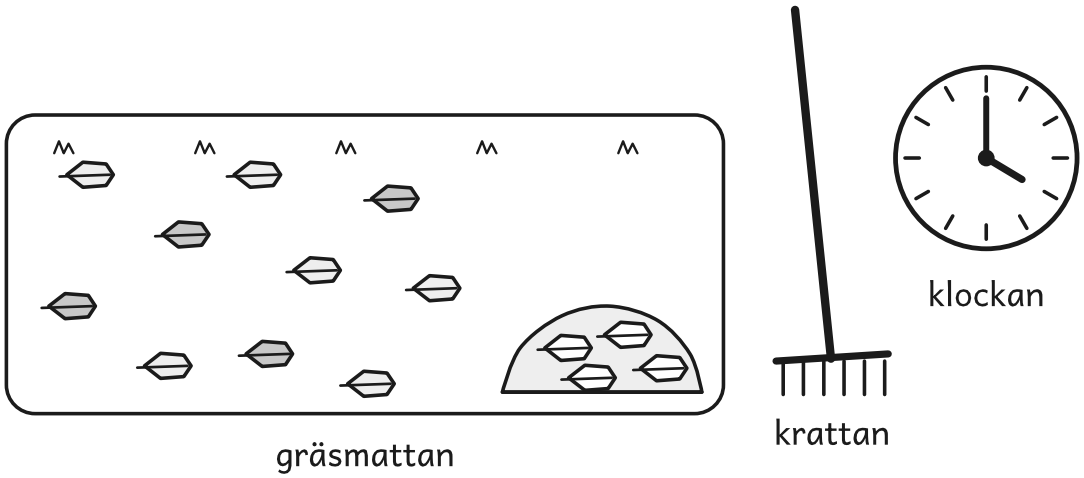
VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Nämnaren 2025:2, Problemavdelningen, nr 4477.

Lövkrattningen

Klassen ska kratta ihop löven på gräsmattan vid skolan. Om 6 elever krattar, blir de klara med hela gräsmattan på 12 minuter. Alla elever krattar lika fort.



Frågorna

1. Hur lång tid tar det om 4 elever krattar hela gräsmattan?
2. Hur många elever behövs för att bli klara på 9 minuter?

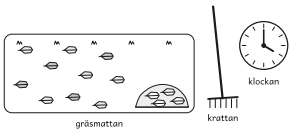
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp/problem

Lösningsförslag · Samband och förändring

Lövkrattningen

Problemet

Klassen ska kratta ihop löven på gräsmattan vid skolan. Om 6 elever krattar, blir de klara med hela gräsmattan på 12 minuter. Alla elever krattar lika fort.



Hur lång tid tar det om 4 elever krattar hela gräsmattan?

Hur många elever behövs för att bli klara på 9 minuter?

Svaret: 4 elever behöver 18 minuter, och 8 elever blir klara på 9 minuter.
Kontroll: 6 · 12 = 72, 4 · 18 = 72 och 8 · 9 = 72 minuter för en elev ensam.

Idén: *Arbetet är detsamma, så hälften så många elever behöver dubbelt så lång tid.*

Lösning A: gå via två elever

elever	minuter
6	12
2	36
4	18
8	9

/ 3 · 3 · 2 / 2 · 2 / 2

En tredjedel så många elever: 3 gånger tiden
3 · 12 = 36

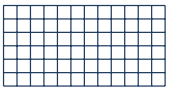
Dubbelt så många elever: halva tiden
36 / 2 = 18
18 / 2 = 9

Svar: 18 minuter, och 8 elever. ✓

Eleven går från 6 elever till 2, som behöver 3 gånger så lång tid, och sedan till 4 och 8.

Lösning B: rita arbetet som rutor

6 elever i 12 minuter: 6 · 12 = 72 rutor



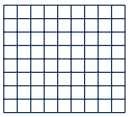
En ruta är en elev som krattar i en minut.
Arbetet är alltid 72 rutor.

4 elever: 72 / 4 = 18 minuter



Färre rader blir längre rader.

9 minuter: 72 / 9 = 8 elever



Svar: 18 minuter, och 8 elever. ✓

Eleven ritar arbetet som 6 · 12 = 72 rutor, en för varje elev och minut, och lägger rutorna i nya rader.

Lösning C: tankevurpa

12 / 6 = 2 minuter per elev

4 · 2 = 8 minuter

Svar: 4 elever tar 8 minuter.

Eleven låter tiden växa med antalet elever, men fler elever blir klara fortare.

Fråga: ”Vad ger uträkningen i lösning C för en elev som krattar ensam?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför går eleven i lösning A via 2 elever, och hur ändras tiden i varje steg?
2. Varför har eleven i lösning B alltid 72 rutor, hur många elever det än är?
3. Var syns det i båda lösningarna att färre elever behöver längre tid?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 5 elever, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Nämnaren 2025:3, Problemavdelningen, nr 4483.