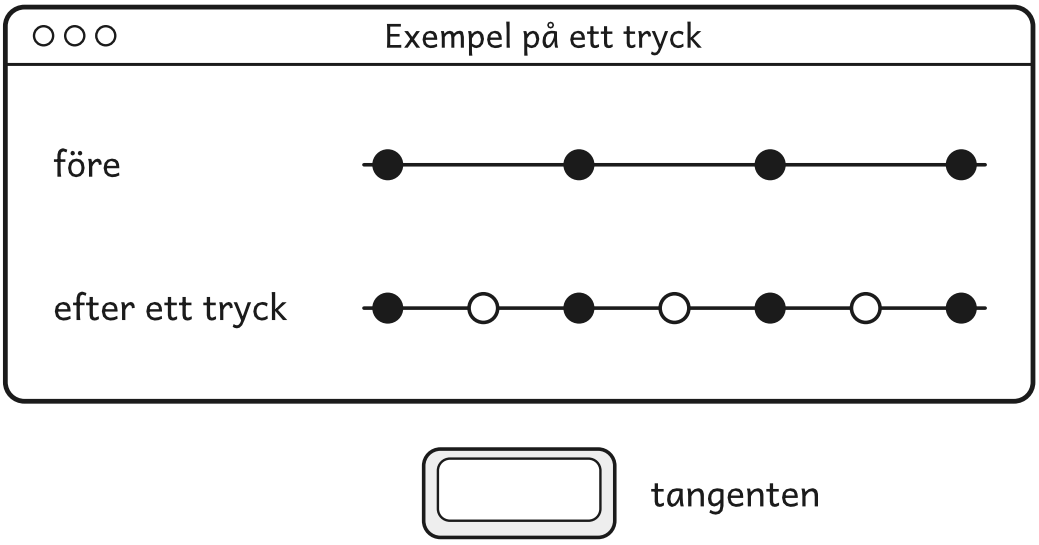
Prickarna i programmet

Lo gör ett program som ritar prickar på en rak linje. När hon trycker på en tangent, ritar programmet en ny prick mitt i varje mellanrum mellan prickarna. Hon trycker fyra gånger, och då står det 225 prickar på linjen.



Frågorna

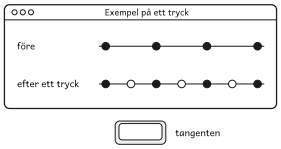
1. Hur många prickar stod på linjen innan Lo tryckte första gången?
2. Kan det stå 320 prickar efter fyra tryck? Visa hur ni vet.

LÖSNINGSFÖRSLAG · ALGEBRA

PRICKARNA I PROGRAMMET

PROBLEMET

Lo gör ett program som ritar prickar på en rak linje. När hon trycker på en tangent, ritar programmet en ny prick mitt i varje mellanrum mellan prickarna. Hon trycker fyra gånger, och då står det 225 prickar på linjen.



Hur många prickar stod på linjen innan Lo tryckte första gången?

Kan det stå 320 prickar efter fyra tryck? Visa hur ni vet.

Svaret: 15 prickar. 320 går inte: baklänges blir det 160,5 prickar.
Kontroll: 15, 29, 57, 113 och 225. Efter ett tryck är antalet udda: 2n − 1.

IDÉN: *Ett tryck sätter en ny prick i varje mellanrum, och det finns ett mellanrum färre än prickar.*

LÖSNING A: RÄKNA BAKLÄNGES

Pröva: 3 prickar blir 5, och 5 blir 9.



Varje tryck: dubbelt så många minus 1.

Baklänges: plus 1 och delat med 2.

↓

225 + 1 = 226 och 226 / 2 = 113
113 + 1 = 114 och 114 / 2 = 57
57 + 1 = 58 och 58 / 2 = 29
29 + 1 = 30 och 30 / 2 = 15 prickar ✓

320 prickar: 320 + 1 = 321 och 321 / 2 = 160,5.
Inget helt antal prickar, så 320 går inte.

Eleven ser i ett litet exempel att det blir dubbelt så många minus 1 och räknar baklänges.

LÖSNING B: TECKNA EN EKVATION

Från början n prickar, med n − 1 mellanrum.
1 tryck: n + n − 1 = 2n − 1
2 tryck: 2(2n − 1) − 1 = 4n − 3
3 tryck: 2(4n − 3) − 1 = 8n − 7
4 tryck: 2(8n − 7) − 1 = 16n − 15

↓

16n − 15 = 225, 16n = 240, n = 240 / 16 = 15 ✓

320 prickar: 16n − 15 = 320 ger 16n = 335.
335 / 16 är inget heltal, så 320 går inte.

Eleven tecknar antalet efter varje tryck och löser ekvationen 16n − 15 = 225.

LÖSNING C: TANKEVURPA

Fyra tryck: 2 · 2 · 2 · 2 = 16
225 / 16 är ungefär 14.
320 / 16 = 20 prickar
Svar: 14 prickar, och 320 går.

Eleven tror att antalet fördubblas vid varje tryck, men det blir dubbelt så många minus 1.

Fråga: ”Hur många prickar blir 14 prickar efter fyra tryck?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Varför lägger eleven i lösning A till 1 och delar med 2 i varje steg?
2. Hur kommer eleven i lösning B fram till 16n − 15?
3. Var syns det i båda lösningarna att ett tryck ger dubbelt så många minus 1?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om Lo tryckte tio gånger, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.