Lärarens sida: Avancerat, problem 10, Alla summor

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Talet 3 kan skrivas som en summa av positiva heltal på fyra sätt, när ordningen räknas: 3, 2 + 1, 1 + 2 och 1 + 1 + 1. Talet själv räknas också som ett sätt.

På hur många sätt kan talen 4 och 5 skrivas så?

På hur många sätt kan 10 skrivas så? Förklara hur ni vet.

Problemet handlar om kombinatorik och leder till potenser. Talet 4 kan skrivas som en summa på 8 sätt, 5 på 16 och 10 på 512, när ordningen räknas. Antalet fördubblas, och talet n ger 2 upphöjt till (n − 1). Eleverna listar systematiskt och förklarar mönstret med klossar. Material: tio klossar eller kuber. Idén kommer ur Problembanken åk 7–9, problem 15.

Lösning A

1 tal: 4

2 tal: 3 + 1 1 + 3 2 + 2

3 tal: 2 + 1 + 1 1 + 2 + 1 1 + 1 + 2

4 tal: 1 + 1 + 1 + 1

1 + 3 + 3 + 1 = 8 sätt ✓

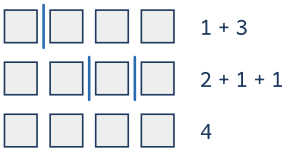
tal	sätt
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16

Antalet fördubblas för varje tal:

10: 16 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 512 sätt

Lösning B

4 klossar, 3 luckor:



1 + 3

2 + 1 + 1

4

Varje lucka: avdelare eller inte, alltså 2 val

↓

2 · 2 · 2 = 8 sätt

10 klossar har 9 luckor:

2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 512 sätt

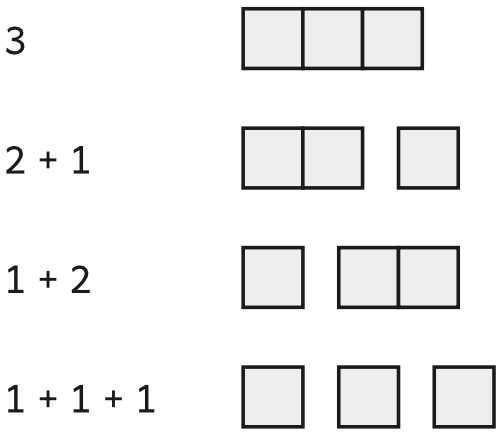
Kontroll: 3 har 2 luckor, 2 · 2 = 4 sätt ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen 4, 5 och 10, och orden summa, *”positiva heltal”* och *”ordningen räknas”*.
Lyft ut	Vi vet: 3 kan skrivas på fyra sätt, och 2 + 1 och 1 + 2 är olika. Vi ska ta reda på: antalet sätt för 4, 5 och 10.
Ord och tal	Fråga: Vad är ett positivt heltal? Varför är 2 + 1 och 1 + 2 två sätt? Räknas 0 + 3?
Förutse	En lista ordnad efter första talet eller efter antalet tal, klossar eller ett mönster. Många missar sätt när de listar utan ordning.
Kör de fast	Föreslå: Skriv alla sätt för 4 och ordna listan. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att talen 1, 2, 3 och 4 kan skrivas på 1, 2, 4 och 8 sätt. Försök använda det!
Säg inte	Varje lucka mellan klossarna får en avdelare eller inte. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Ta talen 1 och 2 först och sedan 4 (1, 2 och 8 sätt). Större: Om ordningen inte räknas, är 2 + 1 och 1 + 2 samma sätt. Hur många sätt finns det då för 4 och 5? (5 och 7 sätt)
Jämför	Antalet fördubblas när talet ökar med 1. I A syns det i tabellen, och i B ger varje ny lucka två val, 2 · 2 · 2 = 8 för 4.
Fel eller osäker	Ni säger att 4 kan skrivas på 5 sätt. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? Hur vet ni att ni har alla sätt?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Alla summor

Talet 3 kan skrivas som en summa av positiva heltal på fyra sätt, när ordningen räknas: 3, 2 + 1, 1 + 2 och 1 + 1 + 1. Talet själv räknas också som ett sätt.



Frågorna

1. På hur många sätt kan talen 4 och 5 skrivas så?
2. På hur många sätt kan 10 skrivas så? Förklara hur ni vet.

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Alla summor

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

1 tal: 4

2 tal: 3 + 1 1 + 3 2 + 2

3 tal: 2 + 1 + 1 1 + 2 + 1 1 + 1 + 2

4 tal: 1 + 1 + 1 + 1

1 + 3 + 3 + 1 = 8 sätt ✓

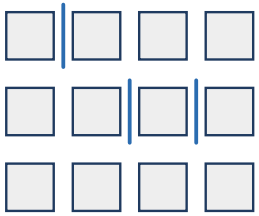
tal	sätt
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16

Antalet fördubblas för varje tal:

10: 16 · 2 · 2 · 2 · 2 = 512 sätt

Lösning B

4 klossar, 3 luckor:



1 + 3

2 + 1 + 1

4

Varje lucka:
avdelare eller inte,
alltså 2 val
↓
2 · 2 · 2 = 8 sätt

10 klossar har 9 luckor:

2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 512 sätt

Kontroll: 3 har 2 luckor, 2 · 2 = 4 sätt ✓

Frågor att prata om

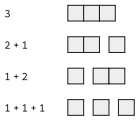
1. Hur ordnar eleven listan i lösning A så att inget sätt fattas?
2. Varför ger varje lucka två val i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att antalet fördubblas?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för talet 20, och varför?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Alla summor

Problemet

Talet 3 kan skrivas som en summa av positiva heltal på fyra sätt, när ordningen räknas: 3, 2 + 1, 1 + 2 och 1 + 1 + 1. Talet själv räknas också som ett sätt.



På hur många sätt kan talen 4 och 5 skrivas så?

På hur många sätt kan 10 skrivas så? Förklara hur ni vet.

Svaret: 4 på 8 sätt, 5 på 16 och 10 på 512, eftersom antalet fördubblas.
Kontroll: 1 + 3 + 3 + 1 = 8 och 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16, och 16 · 32 = 512.

Idén: *Antalet sätt fördubblas när talet ökar med 1.*

Lösning A: ordna efter antalet tal

1 tal: 4
2 tal: 3 + 1 1 + 3 2 + 2
3 tal: 2 + 1 + 1 1 + 2 + 1 1 + 1 + 2
4 tal: 1 + 1 + 1 + 1
1 + 3 + 3 + 1 = 8 sätt ✓

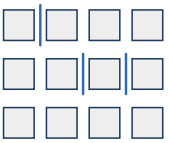
tal	sätt
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16

Antalet fördubblas för varje tal:
10: 16 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 512 sätt

Eleven listar sätten ordnade efter hur många tal summan har och ser att antalet fördubblas.

Lösning B: klossar på rad

4 klossar, 3 luckor:



1 + 3
2 + 1 + 1
4

Varje lucka: avdelare eller inte, alltså 2 val
↓
2 · 2 · 2 = 8 sätt

10 klossar har 9 luckor:
2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 512 sätt
Kontroll: 3 har 2 luckor, 2 · 2 = 4 sätt ✓

Eleven lägger klossar på rad och ser att varje lucka mellan dem får en avdelare eller inte.

Lösning C: tankevurpa

4, 3 + 1, 2 + 2
2 + 1 + 1, 1 + 1 + 1 + 1
Svar: 4 kan skrivas på 5 sätt.

Ordningen räknas, så 1 + 3, 1 + 2 + 1 och 1 + 1 + 2 saknas: 5 + 3 = 8.
Fråga: ”Hur visar problemet att ordningen räknas?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur ordnar eleven listan i lösning A så att inget sätt fattas?
2. Varför ger varje lucka två val i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att antalet fördubblas?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för talet 20, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Problembanken åk 7–9, problem 15.