Lärarens sida: Avancerat, problem 3, Stenplattorna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

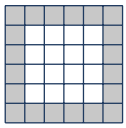
Uteplatser läggs med kvadratiska stenplattor. I mitten ligger ljusa plattor i en kvadrat, och runt dem ligger en ram av mörka plattor. Bilden visar de tre första uteplatserna, figur 1, 2 och 3, och mönstret fortsätter likadant.

Hur många ljusa och hur många mörka plattor behövs till figur 5 och till figur 10?

Skriv en regel för de ljusa och de mörka plattorna i figur n.

Ett mönster som växer: figur n har n^2 ljusa plattor och 4n + 4 mörka. Figur 5 har 25 ljusa och 24 mörka, och figur 10 har 100 och 44. Eleverna går från en tabell till en regel och ser figuren på två sätt. Material: rutat papper eller brickor. Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Lithner m.fl. (2025).

Lösning A



figur 4

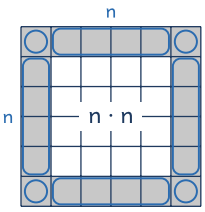
figur	ljusa	mörka	
1	1	8	
2	4	12	+4
3	9	16	+4
4	16	20	+4
5	25	24	+4
10	100	44	

figur 10:
10 · 10 = 100
24 + 5 · 4 = 44

mörka:
4 · 1 + 4 = 8
4 · 2 + 4 = 12

figur n:
n · n ljusa
4n + 4 mörka

Lösning B



figur 4: n = 4

ljusa: n · n = n^2
mörka: 4 sidor med n
och 4 hörn, 4n + 4
↓
figur 5: 5^2 = 25 ljusa
och 4 · 5 + 4 = 24 mörka

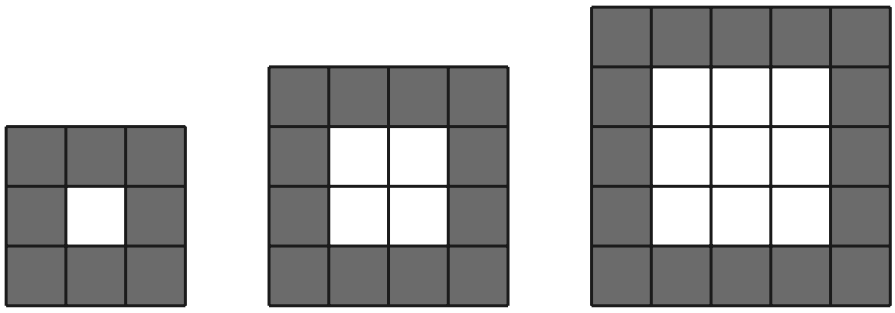
figur 10: 10^2 = 100 ljusa
och 4 · 10 + 4 = 44 mörka

Kontroll med figur 3: 3^2 = 9 och 4 · 3 + 4 = 16 ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, figur 5, 10 och n, och orden ljusa, mörka och ram.
Lyft ut	Vi vet: hur figur 1, 2 och 3 ser ut, ljusa i mitten och mörka runt. Vi ska ta reda på: antalet av varje slag i figur 5, 10 och n.
Ord och tal	Peka på ramen och mitten i bilden. Fråga: Vad betyder figur 10, och vad står n för?
Förutse	Figurer på rutat papper, en tabell, eller en regel ur figuren. Några tror att figur 10 har dubbelt så många som figur 5.
Kör de fast	Föreslå: Rita figur 4 och skriv antalen i en tabell. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att de mörka blir 4 fler varje gång. Försök använda det!
Säg inte	Sidan i den ljusa kvadraten är figurens nummer. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Rita figur 4 och räkna båda slagen (16 ljusa och 20 mörka). Större: Vilken figur har 100 mörka plattor? (Figur 24) Från vilken figur är de ljusa fler än de mörka? (Figur 5)
Jämför	De mörka ökar med 4, en på varje sida. I A syns det i tabellen, och i B i 4n: var och en av de fyra sidorna har n plattor.
Fel eller osäker	Ni säger att figur 10 har 48 mörka. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med bilden? *”Är regeln rätt?”* Hur kan ni pröva den på figur 1, 2 och 3?

Stenplattorna

Uteplatser läggs med kvadratiska stenplattor. I mitten ligger ljusa plattor i en kvadrat, och runt dem ligger en ram av mörka plattor. Bilden visar de tre första uteplatserna, figur 1, 2 och 3, och mönstret fortsätter likadant.



figur 1 figur 2 figur 3

Frågorna

1. Hur många ljusa och hur många mörka plattor behövs till figur 5 och till figur 10?
2. Skriv en regel för de ljusa och de mörka plattorna i figur n.

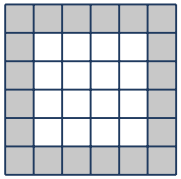
Till läraren · Hör till: Lärarens sida, bladet Två lösningar och lösningsförslaget.

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Stenplattorna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A



figur 4

figur	ljusa	mörka
1	1	8
2	4	12
3	9	16
4	16	20
5	25	24
10	100	44

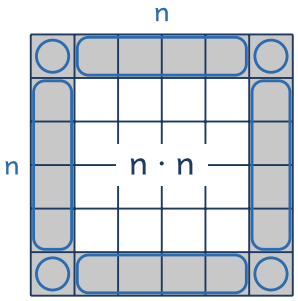
+4 +4 +4 +4

figur 10:
$10 \cdot 10 = 100$
$24 + 5 \cdot 4 = 44$

mörka:
$4 \cdot 1 + 4 = 8$
$4 \cdot 2 + 4 = 12$

figur n:
n · n ljusa
4n + 4 mörka

Lösning B



figur 4: n = 4

ljusa: $n \cdot n = n^2$
mörka: 4 sidor med n
och 4 hörn, 4n + 4
↓
figur 5: $5^2 = 25$ ljusa
och $4 \cdot 5 + 4 = 24$ mörka

figur 10: $10^2 = 100$ ljusa
och $4 \cdot 10 + 4 = 44$ mörka

Kontroll med figur 3: $3^2 = 9$ och $4 \cdot 3 + 4 = 16$ ✓

Frågor att prata om

1. Vad gör eleven i lösning A från rad till rad i tabellen?
2. Varför delar eleven i lösning B de mörka i fyra sidor och fyra hörn?
3. Var syns det i båda lösningarna att de mörka blir fyra fler för varje figur?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för figur 100, och varför?

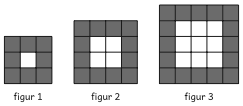
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

LÖSNINGSFÖRSLAG · ALGEBRA

STENPLATTORNA

PROBLEMET

Uteplatser läggs med kvadratiska stenplattor. I mitten ligger ljusa plattor i en kvadrat, och runt dem ligger en ram av mörka plattor. Bilden visar de tre första uteplatserna, figur 1, 2 och 3, och mönstret fortsätter likadant.



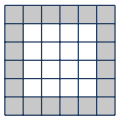
Hur många ljusa och hur många mörka plattor behövs till figur 5 och till figur 10?

Skriv en regel för de ljusa och de mörka plattorna i figur n.

Svaret: Figur 5: 25 ljusa, 24 mörka. Figur 10: 100, 44. Figur n: n^2, $4n + 4$.
Kontroll: $5^2 = 25$ och $7^2 - 5^2 = 24$, $10^2 = 100$ och $12^2 - 10^2 = 44$.

IDÉN: *De ljusa är en kvadrat med sidan n, och de mörka ökar med 4, en på varje sida.*

LÖSNING A: FIGUR FÖR FIGUR


figur 4

figur	ljusa	mörka
1	1	8
2	4	12
3	9	16
4	16	20
5	25	24
10	100	44

+4 +4 +4 +4

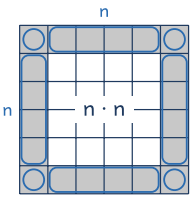
figur 10:
$10 \cdot 10 = 100$
$24 + 5 \cdot 4 = 44$

mörka:
$4 \cdot 1 + 4 = 8$
$4 \cdot 2 + 4 = 12$

figur n:
$n \cdot n$ ljusa
$4n + 4$ mörka

Eleven ritar figur 4, för in figur 1 till 5 i en tabell och ser regeln i talen.

LÖSNING B: SE STRUKTUREN



figur 4: n = 4

ljusa: $n \cdot n = n^2$
mörka: 4 sidor med n och 4 hörn, $4n + 4$
↓
figur 5: $5^2 = 25$ ljusa och $4 \cdot 5 + 4 = 24$ mörka
figur 10: $10^2 = 100$ ljusa och $4 \cdot 10 + 4 = 44$ mörka

Kontroll med figur 3: $3^2 = 9$ och $4 \cdot 3 + 4 = 16$ ✓

Eleven ser de ljusa som en kvadrat med sidan n och de mörka som fyra sidor och fyra hörn.

LÖSNING C: TANKEVURPA

Figur 5: 25 ljusa och 24 mörka
Figur 10 är dubbelt så stor.
$2 \cdot 25 = 50$ och $2 \cdot 24 = 48$
Svar: 50 ljusa och 48 mörka.

Med dubbla sidan blir de ljusa fyra gånger så många, $10 \cdot 10 = 100$, och de mörka blir 44.
Fråga: ”Vad ger elevens sätt för figur 2, och vad visar bilden?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Vad gör eleven i lösning A från rad till rad i tabellen?
2. Varför delar eleven i lösning B de mörka i fyra sidor och fyra hörn?
3. Var syns det i båda lösningarna att de mörka blir fyra fler för varje figur?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för figur 100, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Lithner m.fl. (2025).