Lärarens sida: Avancerat, problem 4, Udda eller jämnt

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

I en påse ligger fem kulor med talen 2, 3, 4, 5 och 6. Du drar två kulor samtidigt och lägger ihop talen. Blir summan ett jämnt tal vinner du. Blir summan ett udda tal vinner din kompis.

Är spelet rättvist? Visa hur ni vet.

Sannolikhet med alla utfall: av 10 möjliga par ger 4 en jämn summa och 6 en udda. Spelet är inte rättvist, och chansen att vinna med jämn summa är 4 av 10. Eleverna listar systematiskt och resonerar med udda och jämnt. Material: fem lappar med talen 2 till 6 i en påse. Idén kommer ur nrich, Odds and Evens.

Lösning A

kulor	summa	kulor	summa
2 + 3	5	3 + 5	8
2 + 4	6	3 + 6	9
2 + 5	7	4 + 5	9
2 + 6	8	4 + 6	10
3 + 4	7	5 + 6	11

jämn: 4 par

udda: 6 par

Tillsammans 10 par. Jämnt i 4 av 10: inte rättvist.

Lösning B

jämn + jämn = jämn
udda + udda = jämn
jämn + udda = udda

jämna kulor: 2, 4, 6
udda kulor: 3, 5

+	3	5
2	5	7
4	7	9
6	9	11

en jämn och en udda:
3 · 2 = 6 par, udda summa

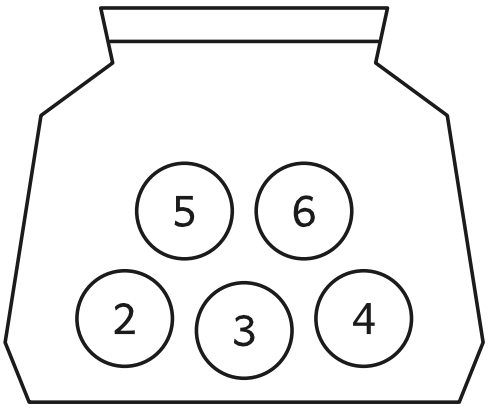
två jämna: 3 par
två udda: 1 par

jämn summa: 3 + 1 = 4 par, udda: 6 par Inte rättvist.
Kontroll: 3 + 1 + 6 = 10 par ✓

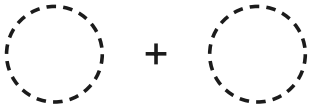
I passet	
Ringa in	Frågan, talen på kulorna, och orden *”två kulor samtidigt”*, jämnt, udda och rättvist.
Lyft ut	Vi vet: fem kulor, 2 till 6, två dras samtidigt, jämn summa vinner. Vi ska ta reda på: om båda har lika stor chans att vinna.
Ord och tal	Fråga: Vad betyder rättvist, och vilka tal är jämna? Kan samma kula dras två gånger? Är 2 + 4 och 4 + 2 samma par?
Förutse	En lista med alla par, en tabell, eller udda och jämnt. Några tror att jämnt vinner oftare, eftersom tre kulor är jämna.
Kör de fast	Föreslå: Skriv alla par som kan dras, ett i taget. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att två udda tal ger en jämn summa. Försök använda det!
Säg inte	Jämn summa kräver två jämna eller två udda kulor. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Fyra kulor med talen 2, 3, 4 och 5 (inte rättvist, 2 av 6 par ger jämn summa). Större: Vilken kula kan ni ta bort så att spelet blir rättvist? (3 eller 5) Finns det fler svar än 3 och 5? (Nej)
Jämför	Jämn summa kommer från två jämna eller två udda. I A är det paren 2 + 4, 2 + 6, 4 + 6 och 3 + 5, och i B är det 3 + 1 par.
Fel eller osäker	Ni säger att det finns 25 par. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? Hur vet ni att ni har alla par?

Udda eller jämnt

I en påse ligger fem kulor med talen 2, 3, 4, 5 och 6. Du drar två kulor samtidigt och lägger ihop talen. Blir summan ett jämnt tal vinner du. Blir summan ett udda tal vinner din kompis.



två kulor



jämn summa: du vinner
udda summa: kompisen vinner

Frågan

Är spelet rättvist? Visa hur ni vet.

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Udda eller jämnt

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

kulor	summa
2 + 3	5
2 + 4	6
2 + 5	7
2 + 6	8
3 + 4	7

kulor	summa
3 + 5	8
3 + 6	9
4 + 5	9
4 + 6	10
5 + 6	11

jämn:
4 par

udda:
6 par

Tillsammans 10 par. Jämnt i 4 av 10: inte rättvist.

Lösning B

jämn + jämn = jämn
udda + udda = jämn
jämn + udda = udda

jämna kulor: 2, 4, 6
udda kulor: 3, 5

+	3	5
2	5	7
4	7	9
6	9	11

en jämn och en udda:
3 · 2 = 6 par, udda summa

två jämna: 3 par
två udda: 1 par

jämn summa: 3 + 1 = 4 par, udda: 6 par Inte rättvist.
Kontroll: 3 + 1 + 6 = 10 par ✓

Frågor att prata om

1. Hur gör eleven i lösning A för att få med alla par?
2. Varför räknar eleven i lösning B 3 · 2 för en kula av varje slag?
3. Var syns de fyra paren med jämn summa i båda lösningarna?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 20 kulor, och varför?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Udda eller jämnt

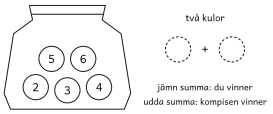
Problemet

I en påse ligger fem kulor med talen 2, 3, 4, 5 och 6. Du drar två kulor samtidigt och lägger ihop talen. Blir summan ett jämnt tal vinner du. Blir summan ett udda tal vinner din kompis.

Är spelet rättvist? Visa hur ni vet.

Svaret: Nej, spelet är inte rättvist: 4 av 10 par ger jämn summa och 6 udda.

Kontroll: 2 + 4, 2 + 6, 4 + 6 och 3 + 5 är jämna, och (5 · 4) / 2 = 10 par.



Idén: *Jämn summa kommer från två jämna eller två udda kulor.*

Lösning A: lista alla tio par

kulor	summa
2 + 3	5
2 + 4	6
2 + 5	7
2 + 6	8
3 + 4	7

kulor	summa
3 + 5	8
3 + 6	9
4 + 5	9
4 + 6	10
5 + 6	11

jämn: 4 par

udda: 6 par

Tillsammans 10 par. Jämnt i 4 av 10: inte rättvist.

Eleven skriver alla tio par i ordning med summan och ringar in de fyra jämna.

Lösning B: udda och jämnt

jämn + jämn = jämn
udda + udda = jämn
jämn + udda = udda

jämna kulor: 2, 4, 6
udda kulor: 3, 5

+	3	5
2	5	7
4	7	9
6	9	11

en jämn och en udda:
3 · 2 = 6 par, udda summa

två jämna: 3 par
två udda: 1 par

jämn summa: 3 + 1 = 4 par, udda: 6 par Inte rättvist.
Kontroll: 3 + 1 + 6 = 10 par ✓

Eleven delar kulorna i jämna och udda och räknar hur många par det blir av varje slag.

Lösning C: tankevurpa

En tabell med 5 · 5 = 25 rutor

Jämn summa i 13 rutor

Udda summa i 12 rutor

Svar: Jämnt vinner oftare.

Fem rutor har samma kula två gånger, som 2 + 2, och jämn summa. Utan dem är 8 av 20 jämna.

Fråga: ”Vilka par i tabellen går inte att dra?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur gör eleven i lösning A för att få med alla par?
2. Varför räknar eleven i lösning B 3 · 2 för en kula av varje slag?
3. Var syns de fyra paren med jämn summa i båda lösningarna?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 20 kulor, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur nrich, Odds and Evens.