Lärarens sida: Avancerat, problem 6, Skålarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

I en röd skål ligger fem bollar med talen 3, 7, 9, 10 och 11. I en blå skål ligger fyra bollar med talen 2, 4, 6 och 8. Du ska flytta en av bollarna i den röda skålen till den blå.

Vilken boll ska du flytta för att medelvärdet ska bli större i båda skålarna?

Problemet handlar om medelvärdet som balanspunkt. En boll som är mindre än medelvärdet höjer det när den tas bort, och en som är större höjer det när den läggs till. Svaret är bollen 7. Eleverna prövar i en tabell och resonerar om medelvärdet. Material: lappar med bollarnas tal, i två högar. Idén kommer ur Känguru 2025, Cadet nr 17.

Lösning A

flytta	röd	blå
nu	40 / 5 = 8	20 / 4 = 5
3	9,25 ↑	4,6 ↓
7	8,25 ↑	5,4 ↑
9	7,75 ↓	5,8 ↑
10	7,5 ↓	6 ↑
11	7,25 ↓	6,2 ↑

Så räknade vi 7:

röd: 40 − 7 = 33
33 / 4 = 8,25

blå: 20 + 7 = 27
27 / 5 = 5,4

båda större ✓

↑ större
↓ mindre

Lösning B

röd: 40 / 5 = 8



blå: 20 / 4 = 5



△ är medelvärdet

Ta bort en boll under 8:
röd blir större.

Lägg till en boll över 5:
blå blir större.

↓

Bara 7 ligger mellan 5 och 8.

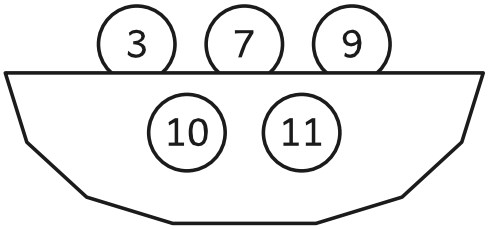
Kontroll:
röd: 33 / 4 = 8,25
blå: 27 / 5 = 5,4 ✓

I passet	
Ringa in	Frågan, talen på bollarna, och orden flytta, medelvärdet och *”båda skålarna”*.
Lyft ut	Vi vet: bollarna i varje skål, och att en boll flyttas från den röda skålen till den blå. Vi ska ta reda på: vilken boll som höjer båda medelvärdena.
Ord och tal	Peka på skålarna. Fråga: Vad betyder medelvärde, och hur räknar man ut det? Vad händer med summan och antalet bollar när en boll flyttas?
Förutse	En tabell där varje boll prövas, eller ett resonemang om medelvärdet. Några tror att det inte går, eftersom medelvärdet i den ena skålen måste minska.
Kör de fast	Föreslå: Räkna ut medelvärdet i båda skålarna, och pröva att flytta en boll. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att om 11 flyttas blir medelvärdet i den röda mindre. Försök använda det!
Säg inte	Bollen ska vara mindre än 8 och större än 5. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Den röda skålen har 2, 5 och 11, och den blå 1 och 3 (flytta bollen 5). Större: Kan ni flytta en boll från blå till röd, så att båda medelvärdena ökar? Varför? (Nej: bollen skulle behöva vara under 5 och över 8)
Jämför	Bollen ska vara under det röda medelvärdet och över det blå. I A syns det i tabellen, och i B ligger 7 mellan 5 och 8.
Fel eller osäker	Ni säger att 3 ska flyttas. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? Ni delar summan i den blå med 4. Hur många bollar ligger i den blå nu?

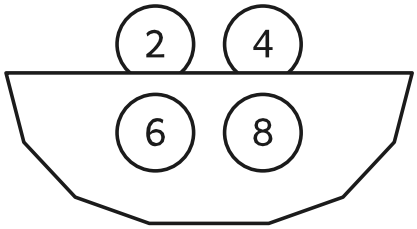
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Skålarna

I en röd skål ligger fem bollar med talen 3, 7, 9, 10 och 11. I en blå skål ligger fyra bollar med talen 2, 4, 6 och 8. Du ska flytta en av bollarna i den röda skålen till den blå.



röd skål



blå skål

Frågan

Vilken boll ska du flytta för att medelvärdet ska bli större i båda skålarna?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Skålarna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

flytta	röd	blå
nu	40 / 5 = 8	20 / 4 = 5
3	9,25 ↑	4,6 ↓
7	8,25 ↑	5,4 ↑
9	7,75 ↓	5,8 ↑
10	7,5 ↓	6 ↑
11	7,25 ↓	6,2 ↑

Så räknade vi 7:

röd: 40 − 7 = 33
33 / 4 = 8,25

blå: 20 + 7 = 27
27 / 5 = 5,4

båda större ✓

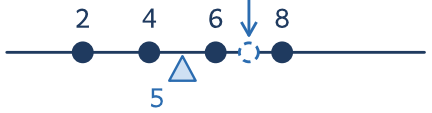
↑ större
↓ mindre

Lösning B

röd: 40 / 5 = 8



blå: 20 / 4 = 5



△ är medelvärdet

Ta bort en boll under 8:
röd blir större.

Lägg till en boll över 5:
blå blir större.

↓

Bara 7 ligger mellan
5 och 8.

Kontroll:
röd: 33 / 4 = 8,25
blå: 27 / 5 = 5,4 ✓

Frågor att prata om

1. Vad gör eleven i lösning A med varje boll?
2. Varför ska bollen i lösning B vara mindre än 8 och större än 5?
3. Var syns det i båda lösningarna att bollen ska ligga mellan de två medelvärdena?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 50 bollar i varje skål, och varför?

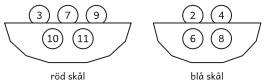
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Skålarna

Problemet

I en röd skål ligger fem bollar med talen 3, 7, 9, 10 och 11. I en blå skål ligger fyra bollar med talen 2, 4, 6 och 8. Du ska flytta en av bollarna i den röda skålen till den blå.



Vilken boll ska du flytta för att medelvärdet ska bli större i båda skålarna?

Svaret: Bollen 7. Medelvärdena blir 8,25 och 5,4.
Kontroll: Röd 8 blir 33 / 4 = 8,25, och blå 5 blir 27 / 5 = 5,4.

Idén: *Medelvärdet är en balanspunkt: bollen ska vara under det röda medelvärdet och över det blå.*

Lösning A: pröva varje boll

flytta	röd	blå
nu	40 / 5 = 8	20 / 4 = 5
3	9,25 ↑	4,6 ↓
7	8,25 ↑	5,4 ↑
9	7,75 ↓	5,8 ↑
10	7,5 ↓	6 ↑
11	7,25 ↓	6,2 ↑

Så räknade vi 7:

röd: 40 − 7 = 33
33 / 4 = 8,25

blå: 20 + 7 = 27
27 / 5 = 5,4

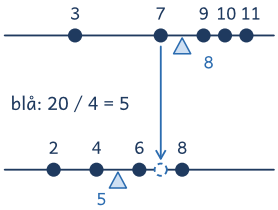
båda större ✓

↑ större
↓ mindre

Eleven räknar medelvärdena och prövar att flytta varje boll, och bara 7 gör båda större.

Lösning B: medelvärdet som balanspunkt

röd: 40 / 5 = 8



Ta bort en boll under 8: röd blir större.

Lägg till en boll över 5: blå blir större.

↓

Bara 7 ligger mellan 5 och 8.

Kontroll:
röd: 33 / 4 = 8,25
blå: 27 / 5 = 5,4 ✓

Eleven ser medelvärdena som balanspunkter och letar efter en boll mellan 5 och 8.

Lösning C: tankevurpa

Röd utan 3: 37 / 4 = 9,25

Blå med 3: 23 / 4 = 5,75

Båda blir större.

Svar: Bollen 3.

Eleven delar summan i den blå med 4, men där ligger 5 bollar: 23 / 5 = 4,6, mindre än 5.

Fråga: ”Hur många bollar ligger i den blå i elevens svar?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad gör eleven i lösning A med varje boll?
2. Varför ska bollen i lösning B vara mindre än 8 och större än 5?
3. Var syns det i båda lösningarna att bollen ska ligga mellan de två medelvärdena?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 50 bollar i varje skål, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.