Lärarens sida: Avancerat, problem 7, Kvadraten

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

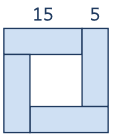
Fyra likadana rektanglar ligger runt en liten kvadrat. Rektanglarna och den lilla kvadraten bildar tillsammans en stor kvadrat, som på bilden. Varje rektangel har omkretsen 40 cm.

Vilken area har den stora kvadraten?

Problemet handlar om ett samband mellan omkrets och area. Den stora kvadratens sida är rektangelns långa sida plus den korta, alltså halva rektangelns omkrets. Svaret är 400 cm², vilken rektangel det än är. Eleverna prövar med tal och generaliserar. Material: rutat papper och fyra likadana rektanglar av papper. Idén kommer ur Nämnaren 2014:4, Problemavdelningen nr 4123.

Lösning A

lång	kort	omkrets	stora sidan	area
15	5	40	20	400
12	8	40	20	400
18	2	40	20	400



15 + 5 = 20

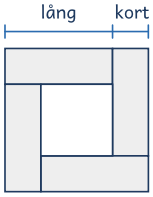
Så räknade vi första raden:

omkrets: 15 + 5 + 15 + 5 = 40

stora sidan: 15 + 5 = 20

area: 20 · 20 = 400 cm² ✓

Lösning B



stora sidan = lång + kort

Omkretsen är 2 långa och 2 korta: 40 cm

↓

lång + kort = 40 / 2 = 20 cm

↓

stora sidan är 20 cm

↓

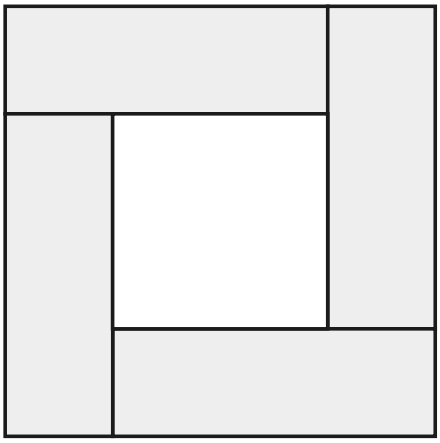
arean: 20 · 20 = 400 cm²

Kontroll med 15 och 5: 15 + 5 + 15 + 5 = 40 och 15 + 5 = 20 ✓

I passet	
Ringa in	Frågan, talet 40, och orden likadana, omkretsen, area och *”den stora kvadraten”*.
Lyft ut	Vi vet: fyra likadana rektanglar, var och en med omkretsen 40 cm. Vi ska ta reda på: arean av den stora kvadraten.
Ord och tal	Peka på en rektangel i bilden, och följ omkretsen runt den. Fråga: Vad mäter 40 cm? Vad är skillnaden på omkrets och area?
Förutse	Olika rektanglar som prövas, en ritning, eller ett resonemang om sidan. Några säger att det inte går, eftersom rektangelns mått inte står i texten.
Kör de fast	Föreslå: Hitta på en rektangel med omkretsen 40 cm och rita den. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att rektangeln 15 och 5 cm gav en stor kvadrat med sidan 20 cm. Försök använda det!
Säg inte	Den stora kvadratens sida är en lång plus en kort sida, halva omkretsen. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Rektanglarna är 7 cm långa och 3 cm breda (100 cm²). Större: Rektanglarna är 15 cm långa. Vilken area har den lilla kvadraten? (100 cm²) Kan den bli hur stor som helst? (Nej, den är alltid mindre än den stora, 400 cm²)
Jämför	Den stora kvadratens sida är en lång plus en kort sida, 20 cm. I A blir den 20 med varje rektangel, och i B är den 40 / 2.
Fel eller osäker	Ni säger att arean är 4 · 75 = 300 cm². Hur kan ni kontrollera att det stämmer med bilden? *”Gäller svaret för alla rektanglar?”* Hur kan ni pröva det?

Kvadraten

Fyra likadana rektanglar ligger runt en liten kvadrat. Rektanglarna och den lilla kvadraten bildar tillsammans en stor kvadrat, som på bilden. Varje rektangel har omkretsen 40 cm.



Frågan

Vilken area har den stora kvadraten?

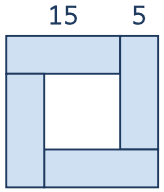
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Kvadraten

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

lång	kort	omkrets	stora sidan	area
15	5	40	20	400
12	8	40	20	400
18	2	40	20	400



15 + 5 = 20

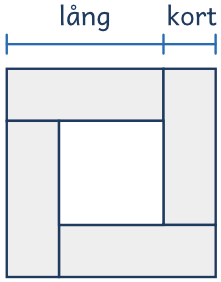
Så räknade vi första raden:

omkrets: 15 + 5 + 15 + 5 = 40

stora sidan: 15 + 5 = 20

area: 20 · 20 = 400 cm² ✓

Lösning B



stora sidan = lång + kort

Omkretsen är 2 långa och 2 korta: 40 cm

↓

lång + kort = 40 / 2 = 20 cm

↓

stora sidan är 20 cm

↓

arean: 20 · 20 = 400 cm²

Kontroll med 15 och 5: 15 + 5 + 15 + 5 = 40 och 15 + 5 = 20 ✓

Frågor att prata om

1. Vad prövar eleven i lösning A, och vad händer med den stora kvadratens sida?
2. Varför delar eleven i lösning B omkretsen med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att den stora kvadratens sida är 20 cm?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om omkretsen var 46 cm, och varför?

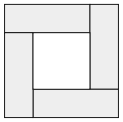
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

LÖSNINGSFÖRSLAG · GEOMETRI

KVADRATEN

PROBLEMET

Fyra likadana rektanglar ligger runt en liten kvadrat. Rektanglarna och den lilla kvadraten bildar tillsammans en stor kvadrat, som på bilden. Varje rektangel har omkretsen 40 cm.



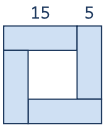
Vilken area har den stora kvadraten?

Svaret: 400 cm², vilken rektangel det än är.
Kontroll: 15 + 5 + 15 + 5 = 40, och 4 · 15 · 5 + 10 · 10 = 400 = 20 · 20.

IDÉN: *Den stora kvadratens sida är en lång och en kort sida, alltså halva omkretsen.*

LÖSNING A: OLIKA REKTANGLAR

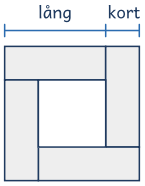
lång	kort	omkrets	stora sidan	area
15	5	40	20	400
12	8	40	20	400
18	2	40	20	400



Så räknade vi första raden:
omkrets: 15 + 5 + 15 + 5 = 40
stora sidan: 15 + 5 = 20
area: 20 · 20 = 400 cm² ✓

Eleven prövar rektanglar med omkretsen 40 cm och ser att den stora kvadratens sida blir 20 varje gång.

LÖSNING B: HALVA OMKRETSEN



Omkretsen är 2 långa och 2 korta: 40 cm
↓
lång + kort = 40 / 2 = 20 cm
↓
stora sidan är 20 cm
↓
arean: 20 · 20 = 400 cm²

Kontroll med 15 och 5: 15 + 5 + 15 + 5 = 40 och 15 + 5 = 20 ✓

Eleven ser att den stora kvadratens sida, en lång och en kort, är halva omkretsen.

LÖSNING C: TANKEVURPA

15 + 5 + 15 + 5 = 40
15 · 5 = 75
4 · 75 = 300
Svar: 300 cm².

Eleven räknar bara rektanglarna. Den lilla kvadraten i mitten är 10 · 10 = 100 cm² till.
Fråga: ”Vilken del av bilden har eleven inte räknat?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Vad prövar eleven i lösning A, och vad händer med den stora kvadratens sida?
2. Varför delar eleven i lösning B omkretsen med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att den stora kvadratens sida är 20 cm?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om omkretsen var 46 cm, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Nämnaren 2014:4, Problemavdelningen nr 4123.