Lärarens sida: Avancerat, problem 8, De lutande kvadraterna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

På prickpapper går det att rita kvadrater som lutar. Kvadratens sida på bilden går 2 steg åt höger och 1 steg uppåt. Ni räknar arean i rutor, och en ruta är den minsta kvadraten mellan fyra prickar.

Vilken area har kvadraten på bilden?

Vilken area har en kvadrat vars sida går 3 steg åt höger och 2 steg uppåt? Finns det en regel?

Problemet leder från area på prickpapper till Pythagoras sats. En kvadrat vars sida går a steg åt höger och b steg uppåt har arean $a^2 + b^2$. Kvadraten med 2 och 1 steg har arean 5, och den med 3 och 2 steg har 13. Eleverna ramar in, räknar och generaliserar. Material: prickpapper och linjal. Idén kommer ur nrich, Tilted Squares.

Lösning A

2 och 1 steg



ram: 3 · 3 = 9
en triangel: 2 · 1 / 2 = 1
fyra trianglar: 4 · 1 = 4
9 − 4 = 5 rutor



3 och 2 steg

ram: 5 · 5 = 25
en triangel: 3 · 2 / 2 = 3
fyra trianglar: 4 · 3 = 12
25 − 12 = 13 rutor ✓

Lösning B

a: åt höger	b: uppåt	area	$a^2 + b^2$
1	1	2	1 + 1
2	1	5	4 + 1
3	1	10	9 + 1
2	2	8	4 + 4
3	2	13	9 + 4



1 + 4 · 1 = 5

fyra trianglar
och en liten kvadrat

arean = $a^2 + b^2$ 3 och 2: $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

Kontroll: $2^2 + 1^2 = 5$, som rutorna ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, stegen 2 och 1 i bilden och 3 och 2 i frågan, och orden lutar, area och ruta.
Lyft ut	Vi vet: hur kvadratens sida går, 2 steg åt höger och 1 upp, och vad en ruta är. Vi ska ta reda på: arean, och en regel för den.
Ord och tal	Följ en sida i bilden, 2 steg åt höger och 1 upp. Fråga: Är kvadratens sida 3 steg lång? Vad mäter ni arean i?
Förutse	Hela rutor och delar av rutor som sätts ihop, en ram runt kvadraten, eller en tabell. Några tror att arean är 3 · 3 = 9.
Kör de fast	Föreslå: Rita in rutorna. Vilka delar av rutor kan ni sätta ihop till hela? Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att en hel ruta ligger i mitten. Försök använda det!
Säg inte	Rita en kvadrat runt den som lutar och ta bort trianglarna i hörnen. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Sidan går 1 steg åt höger och 1 uppåt (2 rutor). Större: Vilka areor kan en kvadrat på prickpapper ha? ($a^2 + b^2$, som 1, 2, 4, 5, 8, 9, 10 och 13) Går det att rita en med arean 3? (Nej)
Jämför	Arean räknas genom att dela upp kvadraten, eller ramen runt den. A ger 25 − 12 = 13, och B ser $a^2 + b^2$ i tabellen. Lyft fram Pythagoras sats.
Fel eller osäker	Ni säger att arean är 9 rutor. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med bilden? *”Är regeln rätt?”* Hur kan ni pröva den på en ny kvadrat?