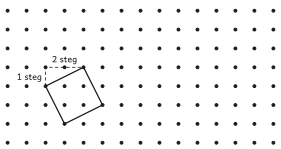
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Geometri

De lutande kvadraterna

Problemet

På prickpapper går det att rita kvadrater som lutar. Kvadratens sida på bilden går 2 steg åt höger och 1 steg uppåt. Ni räknar arean i rutor, och en ruta är den minsta kvadraten mellan fyra prickar.



Vilken area har kvadraten på bilden?

Vilken area har en kvadrat vars sida går 3 steg åt höger och 2 steg uppåt?

Finns det en regel?

Svaret: 5 rutor. Med 3 och 2 steg blir det 13, och arean är $a^2 + b^2$.
Kontroll: $3 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \cdot 1 / 2 = 5$ och $5 \cdot 5 - 4 \cdot 3 \cdot 2 / 2 = 13 = 3^2 + 2^2$.

Idén: *Arean räknas i rutor genom att dela den lutande kvadraten, eller ramen runt den, i trianglar och kvadrater.*

Lösning A: en ram



ram: $3 \cdot 3 = 9$
en triangel: $2 \cdot 1 / 2 = 1$
fyra trianglar: $4 \cdot 1 = 4$
$9 - 4 = 5$ rutor



ram: $5 \cdot 5 = 25$
en triangel: $3 \cdot 2 / 2 = 3$
fyra trianglar: $4 \cdot 3 = 12$
$25 - 12 = 13$ rutor ✓

Eleven ritar en kvadrat runt den som lutar och tar bort de fyra trianglarna i hörnen.

Lösning B: dela upp kvadraterna

a: åt höger	b: uppåt	area	$a^2 + b^2$
1	1	2	1 + 1
2	1	5	4 + 1
3	1	10	9 + 1
2	2	8	4 + 4
3	2	13	9 + 4



$1 + 4 \cdot 1 = 5$

fyra trianglar och en liten kvadrat

arean = $a^2 + b^2$ 3 och 2: $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$
Kontroll: $2^2 + 1^2 = 5$, som rutorna ✓

Eleven delar kvadraterna i fyra trianglar och en liten kvadrat, för in areorna i en tabell och ser $a^2 + b^2$.

Lösning C: tankevurpa

Sidan: $2 + 1 = 3$ steg

$3 \cdot 3 = 9$

Svar: 9 rutor.

Sidan lutar och är kortare än 3 steg. $3 \cdot 3 = 9$ är ramen runt kvadraten, med trianglarna i hörnen.

Fråga: ”Vad räknar $3 \cdot 3 = 9$ på bilden?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad gör eleven i lösning A med ramen och trianglarna?
2. Hur ser eleven i lösning B regeln i tabellen?
3. Var syns det i båda lösningarna att kvadraten med 3 och 2 steg har arean 13?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 7 och 4 steg, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur nrich, Tilted Squares.