Lärarens sida: Avancerat, problem 9, Staketet

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Ni har 60 m staket till en rektangulär hage för getter. Hagen ska bli så stor som möjligt. Sedan bygger ni hagen mot en lång vägg i stället, så att väggen blir en sida och staketet räcker till de tre andra.

Vilka mått ger den största hagen med staket runt om, och hur stor blir den?

Vilka mått ger den största hagen mot väggen, och hur stor blir den?

Problemet handlar om största arean med 60 m staket. Hagen blir störst som en kvadrat, 15 · 15 = 225 m², och mot en vägg 15 · 30 = 450 m². Eleverna ritar, gör en tabell och ser arean som en funktion. Material: rutat papper och ett snöre på 60 cm. Idén kommer ur Problembanken åk 7–9, problem 9.

Lösning A

fyra sidor

bredd	längd	area
5	25	125
10	20	200
14	16	224
15	15	225
16	14	224

störst: 15 · 15 = 225 m²

Kontroll: 15 + 15 + 15 + 15 = 60

mot väggen

bredd	längd	area
12	36	432
14	32	448
15	30	450
16	28	448
18	24	432

störst: 15 · 30 = 450 m²

Kontroll: 15 + 30 + 15 = 60 ✓

Lösning B

fyra sidor:

Arean = b · (30 − b)

lika stor för b och 30 − b,

så toppen är mitt emellan:

15 · 15 = 225 m²

14 · 16 = 224 och 13 · 17 = 221

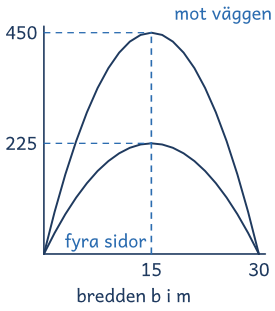
mot väggen:

Arean = b · (60 − 2b)

= 2 · b · (30 − b)

toppen i 15: 15 · 30 = 450 m²

Kontroll: 15 + 30 + 15 = 60 ✓

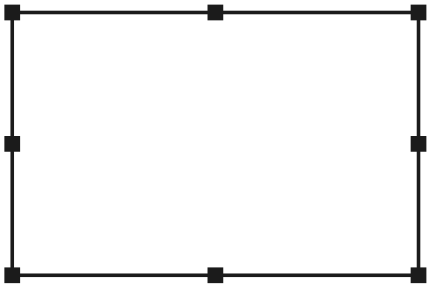


I passet	
Ringa in	Frågorna, talet 60, och orden rektangulär, *”så stor som möjligt”*, vägg och *”de tre andra”*.
Lyft ut	Vi vet: 60 m staket, en rektangel, och sedan en vägg som en sida. Vi ska ta reda på: måtten som ger störst area, båda gångerna.
Ord och tal	Peka på väggen i bilden. Fråga: Vad mäter 60 m, omkretsen eller arean? Är det omkretsen också mot väggen? Vad betyder *”så stor som möjligt”*?
Förutse	Hagar som ritas på rutat papper, en tabell med sidorna, eller en formel och en graf. Mot väggen tror många att kvadraten är bäst igen.
Kör de fast	Föreslå: Rita några hagar med 60 m staket och räkna arean. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att 10 och 20 m gav 200 m², och 12 och 18 gav mer. Försök använda det!
Säg inte	Kvadraten är störst, och mot väggen blir längden dubbelt så stor som bredden. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Pröva samma problem med 20 m staket, i hela meter (5 · 5 = 25 m², och mot väggen 5 · 10 = 50 m²). Större: Hagen ska ligga i ett hörn, med två väggar som sidor. Hur stor kan den bli nu? (30 och 30 m, 900 m²)
Jämför	Arean blir störst i mitten, där talen i tabellen vänder. I A syns det när bredden 14 och 16 ger samma area, och i B i grafens topp, mitt emellan b och 30 − b.
Fel eller osäker	Ni säger att en kvadrat med sidan 20 m är bäst mot väggen. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? *”Är 15 m svaret?”* Vilka är måtten, och hur stor blir hagen?

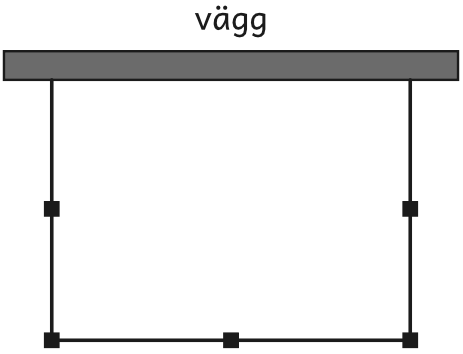
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Staketet

Ni har 60 m staket till en rektangulär hage för getter. Hagen ska bli så stor som möjligt. Sedan bygger ni hagen mot en lång vägg i stället, så att väggen blir en sida och staketet räcker till de tre andra.



staket runt om



staket på tre sidor

Frågorna

1. Vilka mått ger den största hagen med staket runt om, och hur stor blir den?
2. Vilka mått ger den största hagen mot väggen, och hur stor blir den?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Staketet

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

fyra sidor

bredd	längd	area
5	25	125
10	20	200
14	16	224
15	15	225
16	14	224

störst: $15 \cdot 15 = 225$ m^2

Kontroll: $15 + 15 + 15 + 15 = 60$

mot väggen

bredd	längd	area
12	36	432
14	32	448
15	30	450
16	28	448
18	24	432

störst: $15 \cdot 30 = 450$ m^2

Kontroll: $15 + 30 + 15 = 60$ ✓

Lösning B

fyra sidor:

Arean = $b \cdot (30 - b)$

lika stor för b och 30 − b,
så toppen är mitt emellan:

$15 \cdot 15 = 225$ m^2

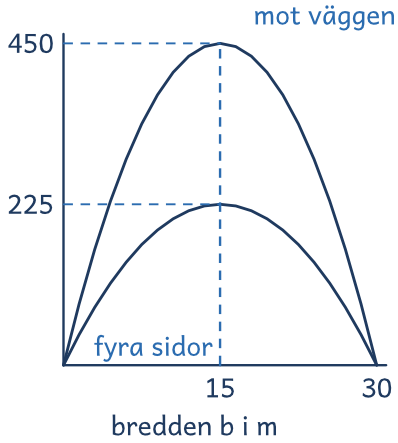
$14 \cdot 16 = 224$ och $13 \cdot 17 = 221$

mot väggen:

Arean = $b \cdot (60 - 2b)$
$= 2 \cdot b \cdot (30 - b)$

toppen i 15: $15 \cdot 30 = 450$ m^2

Kontroll: $15 + 30 + 15 = 60$ ✓



Frågor att prata om

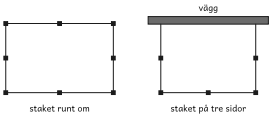
1. Vad gör eleven i lösning A, och hur vet eleven att 15 är bäst?
2. Varför är arean mot väggen dubbelt så stor som runt om i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att arean är störst när bredden är 15 m?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 50 m staket, och varför?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Staketet

Problemet

Ni har 60 m staket till en rektangulär hage för getter. Hagen ska bli så stor som möjligt. Sedan bygger ni hagen mot en lång vägg i stället, så att väggen blir en sida och staketet räcker till de tre andra.



Vilka mått ger den största hagen med staket runt om, och hur stor blir den?

Vilka mått ger den största hagen mot väggen, och hur stor blir den?

Svaret: Runt om 15 · 15 = 225 m². Mot väggen 15 · 30 = 450 m², 30 längs väggen.
Kontroll: Staketet: 4 · 15 = 60, och mot väggen 2 · 15 + 30 = 60.

Idén: *Arean blir störst i mitten, där talen i tabellen vänder.*

Lösning A: pröva olika bredder

fyra sidor

bredd	längd	area
5	25	125
10	20	200
14	16	224
15	15	225
16	14	224

störst: 15 · 15 = 225 m²
Kontroll: 15 + 15 + 15 + 15 = 60

mot väggen

bredd	längd	area
12	36	432
14	32	448
15	30	450
16	28	448
18	24	432

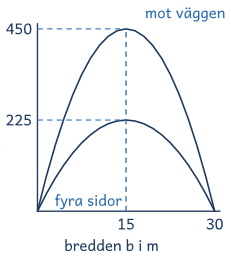
störst: 15 · 30 = 450 m²
Kontroll: 15 + 30 + 15 = 60 ✓

Eleven prövar bredder i två tabeller och ser att arean minskar på båda sidor om 15 m.

Lösning B: uttryck och graf

fyra sidor:
Arean = b · (30 − b)
lika stor för b och 30 − b,
så toppen är mitt emellan:
15 · 15 = 225 m²
14 · 16 = 224 och 13 · 17 = 221

mot väggen:
Arean = b · (60 − 2b)
= 2 · b · (30 − b)
toppen i 15: 15 · 30 = 450 m²
Kontroll: 15 + 30 + 15 = 60 ✓



Eleven skriver arean som b · (30 − b) och ser i grafen att den är störst vid 15.

Lösning C: tankevurpa

Runt om: 15 · 15 = 225

Mot väggen: 20 + 20 + 20 = 60

20 · 20 = 400

Svar: 225 m² och 400 m².

Runt om stämmer, men kvadraten är inte störst mot väggen: 15 · 30 = 450 m² är mer.
Fråga: ”Hur kan ni pröva om 20 och 20 m är bäst?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad gör eleven i lösning A, och hur vet eleven att 15 är bäst?
2. Varför är arean mot väggen dubbelt så stor som runt om i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att arean är störst när bredden är 15 m?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 50 m staket, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.