Lärarens sida: Bas, problem 6, Tornet

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Moa bygger ett torn av kuber. Tornet har en stolpe i mitten och en trappa åt fyra håll. Tornet på bilden är 4 kuber högt.

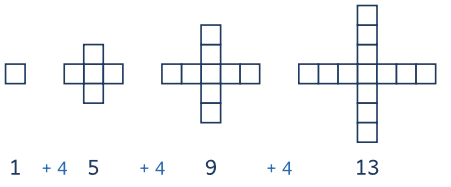
Hur många kuber behövs till tornet på bilden?

Hur många kuber behövs till ett torn som är 5 kuber högt?

Problemet handlar om att dela upp en figur av kuber, och om ett mönster som växer. Svaret är 28 kuber, och 45 när tornet är 5 kuber högt. Eleverna bygger, räknar lager för lager och ser en stolpe och fyra lika trappor. Material: multilinkkuber, 45 per par. Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Nämnaren 2024:2.

Lösning A

Lagren uppifrån:

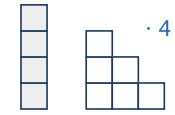


Varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.

1 + 5 + 9 + 13 = 28 kuber ✓

Höjden 5: ett lager till med 13 + 4 = 17, och 28 + 17 = 45 kuber ✓

Lösning B



stolpen 4

en trappa 3 + 2 + 1

Stolpen: 4 kuber

En trappa: 1 + 2 + 3 = 6

↓

Fyra trappor: 4 · 6 = 24

↓

4 + 24 = 28 kuber ✓

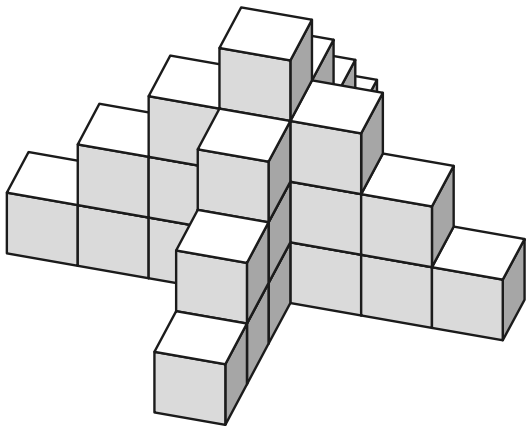
Höjden 5: en trappa har 1 + 2 + 3 + 4 = 10 kuber, och 5 + 4 · 10 = 45 kuber ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen 4 och 5, och orden stolpe, trappa och *”åt fyra håll”*.
Lyft ut	Vi vet: stolpen i mitten är 4 kuber hög, och fyra trappor går åt var sitt håll. Vi ska ta reda på: antalet kuber, när tornet är 4 och 5 kuber högt.
Ord och tal	Peka på stolpen och en trappa, och reda ut *”åt fyra håll”*. Fråga: Vad räknar 4 och 5? Hur många trappor finns det?
Förutse	Eleverna bygger med kuber, räknar lager eller räknar stolpen och trapporna var för sig. Någon räknar bara de kuber som syns.
Kör de fast	Föreslå: Bygg tornet med kuber och dela upp det. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att alla fyra trapporna är lika. Försök använda det!
Säg inte	Räkna stolpen för sig, räkna en trappa och ta den fyra gånger. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Ett torn som är 2 kuber högt, och sedan 3 (6 och 15 kuber). Större: Hur många kuber behövs till ett torn som är 10 kuber högt? (190) Hur kan ni räkna utan att bygga? (Stolpen och fyra trappor med 45 kuber var: 10 + 4 · 45 = 190)
Jämför	De fyra trapporna är lika. I A har varje lager 4 kuber mer än lagret ovanför, en i varje trappa, och i B tar eleven en trappa 4 gånger.
Fel eller osäker	Ni säger att det blir 13 kuber. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? Ni säger 4 · 10 = 40 kuber till tornet som är 5 högt. Hur kan ni kontrollera det med tornet ni har byggt?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Tornet

Moa bygger ett torn av kuber. Tornet har en stolpe i mitten och en trappa åt fyra håll. Tornet på bilden är 4 kuber högt.



tornet, 4 kuber högt

Frågorna

1. Hur många kuber behövs till tornet på bilden?
2. Hur många kuber behövs till ett torn som är 5 kuber högt?

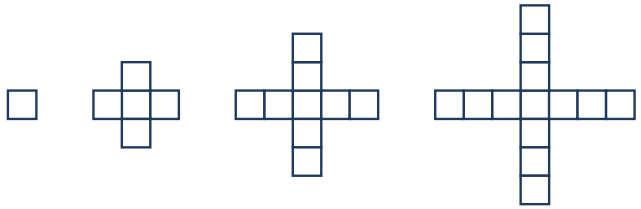
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Tornet

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

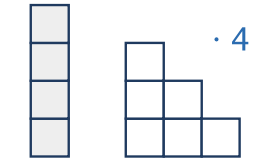
Lagren uppifrån:



Varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.

1 + 5 + 9 + 13 = 28 kuber ✓

Höjden 5: ett lager till med 13 + 4 = 17,
och 28 + 17 = 45 kuber ✓



Lösning B

Stolpen: 4 kuber
En trappa: 1 + 2 + 3 = 6
↓
Fyra trappor: 4 · 6 = 24
↓
4 + 24 = 28 kuber ✓

Höjden 5: en trappa har
1 + 2 + 3 + 4 = 10 kuber, och
5 + 4 · 10 = 45 kuber ✓

Frågor att prata om

1. Vad räknar eleven i lösning A i varje lager, och hur växer lagren?
2. Varför räknar eleven i lösning B en trappa och tar den fyra gånger?
3. Var syns det i båda lösningarna att de fyra trapporna är lika?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för ett torn som är 10 kuber högt, och varför?

Till läraren · I passet: Dela ut bladet i Jämföra, när paren har prövat. Lärarens sida säger vad som är lika i lösningarna.

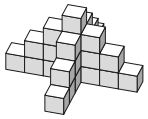
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Algebra

Tornet

Problemet

Moa bygger ett torn av kuber. Tornet har en stolpe i mitten och en trappa åt fyra håll. Tornet på bilden är 4 kuber högt.



tornet, 4 kuber högt

Hur många kuber behövs till tornet på bilden?

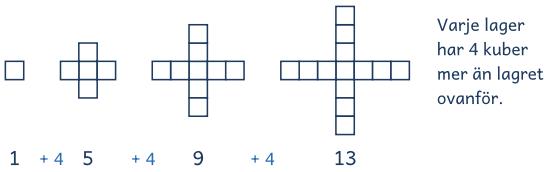
Hur många kuber behövs till ett torn som är 5 kuber högt?

Svaret: 28 kuber, och 45 kuber när tornet är 5 kuber högt.
Kontroll: Stolpe och trappor: $4 + 4 \cdot (1 + 2 + 3) = 28$ och $5 + 4 \cdot 10 = 45$.

Idén: *De fyra trapporna är lika, så varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.*

Lösning A: lager för lager

Lagren uppifrån:



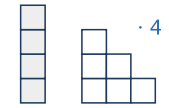
Varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.

$1 + 5 + 9 + 13 = 28$ kuber ✓

Höjden 5: ett lager till med $13 + 4 = 17$, och $28 + 17 = 45$ kuber ✓

Eleven räknar lagren uppifrån, 1, 5, 9 och 13 kuber, och ser att varje lager har 4 kuber mer.

Lösning B: stolpen och fyra trappor



Stolpen: 4 kuber
En trappa: $1 + 2 + 3 = 6$
↓
Fyra trappor: $4 \cdot 6 = 24$
↓
$4 + 24 = 28$ kuber ✓

Höjden 5: en trappa har $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ kuber, och $5 + 4 \cdot 10 = 45$ kuber ✓

Eleven räknar stolpen för sig och en trappa, och tar trappan fyra gånger.

Lösning C: tankevurpa

$1 + 2 + 3 = 6$ och $4 \cdot 6 = 24$

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

$4 \cdot 10 = 40$

Svar: 24 och 40 kuber.

Fyra trappor stämmer, men stolpen i mitten saknas: $24 + 4 = 28$ och $40 + 5 = 45$.

Fråga: ”Vilka kuber har eleven inte räknat?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad räknar eleven i lösning A i varje lager, och hur växer lagren?
2. Varför räknar eleven i lösning B en trappa och tar den fyra gånger?
3. Var syns det i båda lösningarna att de fyra trapporna är lika?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för ett torn som är 10 kuber högt, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Nämnaren 2024:2.