Lärarens sida: Bas, problem 7, Matcherna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Fyra lag spelar bandy i en turnering. Varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen.

Hur många matcher blir det i turneringen?

Hur många matcher blir det, om 6 lag är med?

Problemet handlar om kombinatorik: hur många par som går att bilda av några lag. Svaret är 6 matcher med 4 lag och 15 matcher med 6 lag. Eleverna listar i ordning, ritar och ser att samma match inte ska räknas två gånger. Idén kommer ur Skolverkets Problembank för årskurs 4–6, Bandy.

Lösning A

6 lag:

AB AC AD AE AF	5
BC BD BE BF	4
CD CE CF	3
DE DF	2
EF	1

5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 ✓ matcher

4 lag:

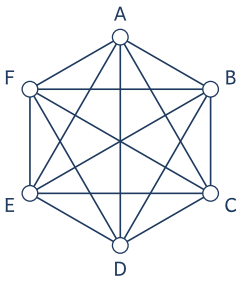
AB AC AD

BC BD

CD

3 + 2 + 1 = 6 ✓

Lösning B



Varje lag har 5 streck:

6 · 5 = 30

↓

Varje streck har två lag, så det är räknat två gånger:

↓

30 / 2 = 15 matcher ✓

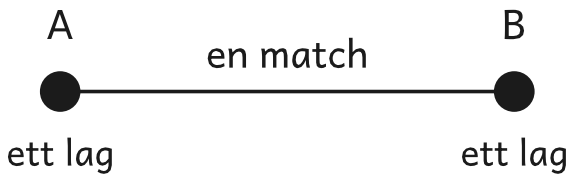
4 lag: 4 · 3 = 12
och 12 / 2 = 6 matcher ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen fyra och 6, och orden *”varje lag”*, *”en match”* och *”vart och ett”*.
Lyft ut	Vi vet: 4 lag, och varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen. Vi ska ta reda på: antalet matcher med 4 lag och med 6 lag.
Ord och tal	Reda ut turnering och match. Peka på prickarna och strecket: varje prick är ett lag, och strecket en match. Fråga: Vad räknar 4 och 6?
Förutse	Paren listar matcherna, ritar prickar med streck eller gör ett schema. Någon räknar lag A mot lag B och lag B mot lag A som två matcher.
Kör de fast	Föreslå: Skriv upp matcherna i en ordning, så att ingen saknas. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att lag A spelar 3 matcher. Försök använda det!
Säg inte	Varje match räknas två gånger, så dela med 2. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: 3 lag, och sedan 4 lag (3 och 6 matcher). Större: Hur många matcher blir det med 10 lag? (45) Hur många lag är med, om det blir 28 matcher? (8)
Jämför	Varje match är ett par lag, som bara räknas en gång. I lösning A står varje par en gång i listan, och i lösning B delas 30 med 2.
Fel eller osäker	Ni säger att det blir 12 matcher. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? Ni säger att ni har alla 15. Hur kan ni kontrollera att ingen match saknas?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Matcherna

Fyra lag spelar bandy i en turnering. Varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen.



Frågorna

1. Hur många matcher blir det i turneringen?
2. Hur många matcher blir det, om 6 lag är med?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Matcherna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

6 lag:

AB AC AD AE AF	5
BC BD BE BF	4
CD CE CF	3
DE DF	2
EF	1

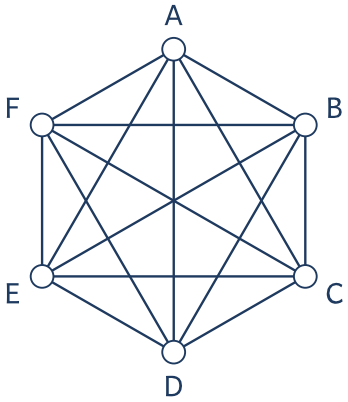
5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 ✓
matcher

4 lag:

AB AC AD	
BC BD	
CD	

3 + 2 + 1 = 6 ✓

Lösning B



Varje lag har 5 streck:
6 · 5 = 30
↓
Varje streck har två lag,
så det är räknat två gånger:
↓
30 / 2 = 15 matcher ✓

4 lag: 4 · 3 = 12
och 12 / 2 = 6 matcher ✓

Frågor att prata om

1. Varför skriver eleven i lösning A en match mindre på varje rad?
2. Varför delar eleven i lösning B 30 med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att lag A mot lag B och B mot A är samma match?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 lag, och varför?

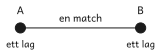
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Matcherna

Problemet

Fyra lag spelar bandy i en turnering. Varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen.



Hur många matcher blir det i turneringen?

Hur många matcher blir det, om 6 lag är med?

Svaret: 6 matcher med 4 lag och 15 matcher med 6 lag.
Kontroll: AB, AC, AD, BC, BD och CD är 6 matcher, och 6 · 5 / 2 = 15.

Idén: *Varje match är ett par lag, som bara räknas en gång.*

Lösning A: en lista i ordning

6 lag:

AB AC AD AE AF	5
BC BD BE BF	4
CD CE CF	3
DE DF	2
EF	1

5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 ✓
matcher

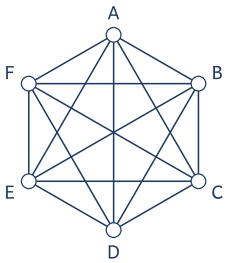
4 lag:

AB AC AD	
BC BD	
CD	

3 + 2 + 1 = 6 ✓

Eleven listar lag A:s matcher först, sedan B:s nya, och får en match mindre för varje lag.

Lösning B: prickar och streck



Varje lag har 5 streck:
6 · 5 = 30
↓
Varje streck har två lag, så det är räknat två gånger:
↓
30 / 2 = 15 matcher ✓

4 lag: 4 · 3 = 12
och 12 / 2 = 6 matcher ✓

Eleven drar 5 streck från varje lag och delar 30 med 2, eftersom varje streck räknas två gånger.

Lösning C: tankevurpa

Med 4 lag spelar varje lag 3.
4 · 3 = 12 och 6 · 5 = 30
Svar: 12 och 30 matcher.

Varje match är räknad två gånger, som A mot B och B mot A, och de är samma match.
Fråga: ”Hur kan ni kontrollera 12 med en lista?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför skriver eleven i lösning A en match mindre på varje rad?
2. Varför delar eleven i lösning B 30 med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att lag A mot lag B och B mot A är samma match?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 lag, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.