Lärarens sida: Bas, problem 8, Tärningarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

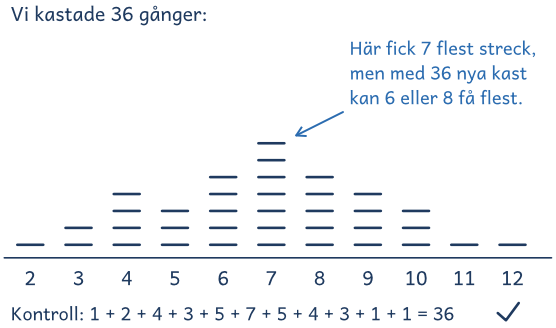
Sam och Ida kastar två vanliga tärningar, med 1 till 6 prickar. De lägger ihop prickarna och får kastets summa. Kastet på bilden har summan 4 + 6 = 10.

Vilken summa kommer oftast, om de kastar många gånger?

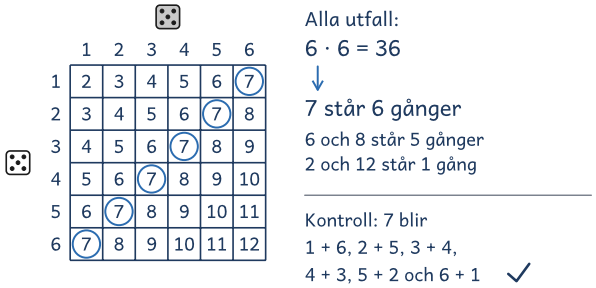
Hur kan ni visa att det är så?

Problemet handlar om chans: varför vissa summor kommer oftare än andra. Svaret är 7, som kommer i 6 av 36 utfall. Eleverna kastar, för streck och listar alla utfall, och ser att 3 + 4 och 4 + 3 är olika. Material: två tärningar i olika färg per par. Idén kommer ur Skolverkets Problembank för årskurs 4–6, Tärningar, och nrich.

Lösning A



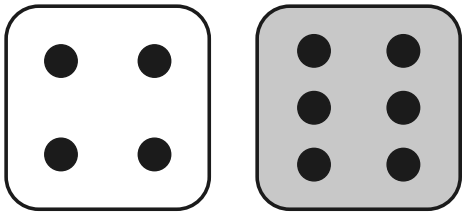
Lösning B



I passet	
Ringa in	Frågorna och orden *”två tärningar”*, *”lägger ihop”*, summa och oftast.
Lyft ut	Vi vet: två tärningar med 1 till 6 prickar, och summan är prickarna ihop. Vi ska ta reda på: vilken summa som kommer oftast, och varför.
Ord och tal	Reda ut summa med kastet på bilden, och vad oftast betyder. Fråga: Vilka summor kan ni få? Vilken är minst och vilken störst?
Förutse	Paren kastar och för streck, listar eller gör en tabell. Någon tror att alla summor är lika vanliga. I 36 kast får ofta en annan summa än 7 flest streck.
Kör de fast	Föreslå: Kasta tärningarna och skriv upp summorna. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att 7 kan bli 1 + 6 och 2 + 5. Försök använda det!
Säg inte	3 + 4 och 4 + 3 är olika kast, så räkna båda. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Två högar med korten 1, 2 och 3, och ett kort ur varje (4 är vanligast). Större: Vilka summor är lika vanliga? (Summor lika långt från 7, som 6 och 8) Vilken skillnad kommer oftast, det större talet minus det mindre? (1, i 10 av 36)
Jämför	7 kan bli på flest sätt, 6 av 36 i B. Jämför kasten i A och gruppens kast med de 36 utfallen. Med fler kast får 7 oftast flest streck, men det är inte säkert.
Fel eller osäker	Ni säger att 6, 7 och 8 går på 3 sätt var. Hur kan ni kontrollera det med en vit och en grå tärning? *”Är 7 rätt?”* Hur kan ni kontrollera det mot problemet?

Tärningarna

Sam och Ida kastar två vanliga tärningar, med 1 till 6 prickar. De lägger ihop prickarna och får kastets summa. Kastet på bilden har summan 4 + 6 = 10.



4 + 6 = 10

Frågorna

1. Vilken summa kommer oftast, om de kastar många gånger?
2. Hur kan ni visa att det är så?

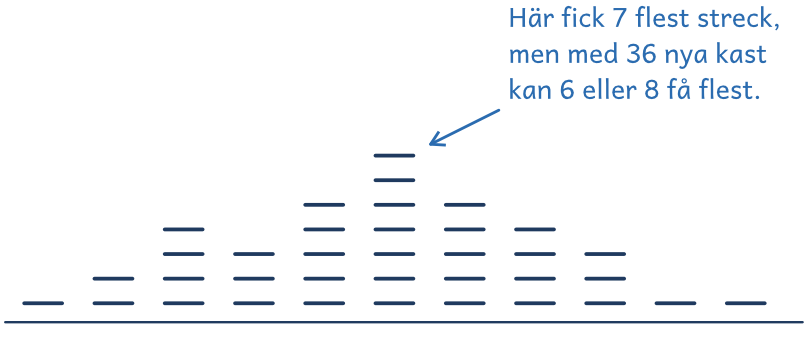
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Tärningarna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

Vi kastade 36 gånger:



Kontroll: 1 + 2 + 4 + 3 + 5 + 7 + 5 + 4 + 3 + 1 + 1 = 36 ✓

Lösning B



	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	(7)
2	3	4	5	6	(7)	8
3	4	5	6	(7)	8	9
4	5	6	(7)	8	9	10
5	6	(7)	8	9	10	11
6	(7)	8	9	10	11	12

Alla utfall:

$6 \cdot 6 = 36$

↓

7 står 6 gånger

6 och 8 står 5 gånger

2 och 12 står 1 gång

Kontroll: 7 blir

1 + 6, 2 + 5, 3 + 4,

4 + 3, 5 + 2 och 6 + 1 ✓

Frågor att prata om

1. Vad gör eleven i lösning A, och vad visar strecken?
2. Varför står både 3 + 4 och 4 + 3 i tabellen i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att 7 är vanligast, och vilken visar varför?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med tre tärningar, och varför?

Till läraren · I passet: Dela ut bladet i Jämföra, när paren har prövat. Lärarens sida säger vad som är lika i lösningarna.

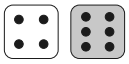
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Tärningarna

Problemet

Sam och Ida kastar två vanliga tärningar, med 1 till 6 prickar. De lägger ihop prickarna och får kastets summa. Kastet på bilden har summan 4 + 6 = 10.



4 + 6 = 10

Vilken summa kommer oftast, om de kastar många gånger?

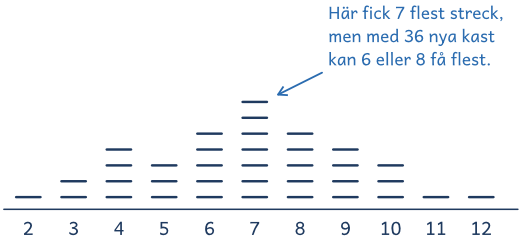
Hur kan ni visa att det är så?

Svaret: 7, som kommer i 6 av 36 utfall. En tabell med alla utfall visar det.
Kontroll: Av 6 · 6 = 36 utfall ger 6 summan 7, och 5 var ger summorna 6 och 8.

Idén: *Summan 7 kan bli på flest sätt, i 6 av de 36 utfallen.*

Lösning A: kasta och sätta streck

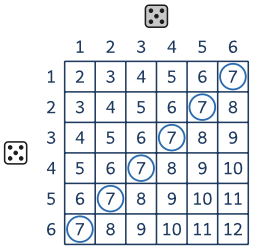
Vi kastade 36 gånger:



Kontroll: 1 + 2 + 4 + 3 + 5 + 7 + 5 + 4 + 3 + 1 + 1 = 36 ✓

Eleven kastar 36 gånger. Här fick 7 flest streck, men med 36 nya kast kan 6 eller 8 få flest.

Lösning B: alla möjliga utfall



	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	(7)
2	3	4	5	6	(7)	8
3	4	5	6	(7)	8	9
4	5	6	(7)	8	9	10
5	6	(7)	8	9	10	11
6	(7)	8	9	10	11	12

Alla utfall:
6 · 6 = 36
↓
7 står 6 gånger
6 och 8 står 5 gånger
2 och 12 står 1 gång

Kontroll: 7 blir
1 + 6, 2 + 5, 3 + 4,
4 + 3, 5 + 2 och 6 + 1 ✓

Eleven skriver summorna i en tabell med den vita och den grå tärningen, och 7 står sex gånger.

Lösning C: tankevurpa

7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4
6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3
8 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4
Svar: 6, 7 och 8 lika vanliga.

3 + 4 och 4 + 3 är olika kast, så 7 går på 6 sätt.
Fråga: ”Hur kan ni pröva elevens svar med en vit och en grå tärning?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad gör eleven i lösning A, och vad visar strecken?
2. Varför står både 3 + 4 och 4 + 3 i tabellen i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att 7 är vanligast, och vilken visar varför?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med tre tärningar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.