Lärarens sida: Medel, problem 1, Glasspinnarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

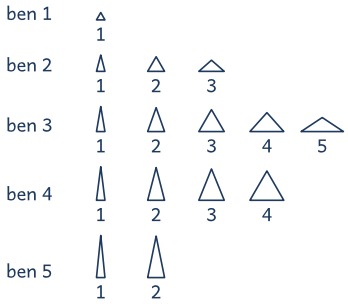
Lisa har 12 glasspinnar som är lika långa. Hon lägger likbenta trianglar på bordet, en i taget, och behöver inte använda alla pinnar. Varje sida är en eller flera hela pinnar. En liksidig triangel räknas också som likbent. Trianglar med samma form men olika storlek räknas som olika.

Hur många olika likbenta trianglar kan Lisa lägga?

Hur kan ni vara säkra på att ni har hittat alla?

Problemet handlar om trianglar och om att veta att man har hittat alla. Svaret är 15 likbenta trianglar, och fyra av dem är liksidiga. Eleverna prövar när tre sidor går ihop till en triangel och ordnar sina trianglar så att ingen saknas eller räknas två gånger. Material: glasspinnar, 12 per par. Idén kommer ur Nämnaren 2025:4, problem 4490.

Lösning A



Gick inte:
2, 2, 4
blev platt

5, 5, 3
5 + 5 + 3 = 13
för många

1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15 ✓

Lösning B

Basen är kortare än benen tillsammans.
Alla pinnar ihop: högst 12.

ben	basen kan vara	antal
1	1	1
2	1, 2, 3	3
3	1, 2, 3, 4, 5	5
4	1, 2, 3, 4	4
5	1, 2	2
6	ingen	0

→ Ben 4:
4 + 4 = 8
12 − 8 = 4
basen högst 4

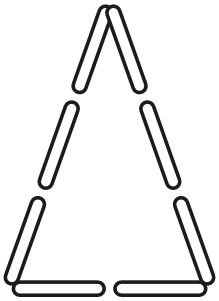
1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15 ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talet 12, och orden likbent, liksidig, *”hela pinnar”* och olika.
Lyft ut	Vi vet: 12 lika långa pinnar, minst två sidor lika långa, hela pinnar. Vi ska ta reda på: hur många olika trianglar, och hur vi vet att vi har alla.
Ord och tal	Reda ut likbent, ben och bas med bilden, och visa den som inte går ihop. Fråga: Vad räknar 12? Är 3, 3, 2 och 2, 3, 3 olika?
Förutse	Paren lägger och ritar pinnar, gör en lista utan ordning eller en tabell efter benen. Någon räknar med platta trianglar, som 2, 2, 4.
Kör de fast	Föreslå: Lägg en triangel och skriv upp sidorna. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att 2, 2, 4 blev platt. Försök använda det!
Säg inte	Gå igenom benen från 1 till 5, och låt basen vara kortare än benen tillsammans. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Högst 6 pinnar (3 trianglar). Större: Hur många trianglar går med högst 12 pinnar, om sidorna får vara olika långa? (18, de 15 likbenta och 3 till) Hur många likbenta går med högst 20 pinnar? (45)
Jämför	Basen är kortare än benen tillsammans, och pinnarna är högst 12. A hittar villkoren genom att bygga, och B skriver dem som en regel. Ordningen efter benen visar att ingen saknas.
Fel eller osäker	Ni säger att 3, 3, 2 och 2, 3, 3 är två trianglar. Hur kan ni kontrollera det med pinnarna? *”Är det alla nu?”* Hur kan ni kontrollera att ingen saknas?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Glasspinnarna

Lisa har 12 glasspinnar som är lika långa. Hon lägger likbenta trianglar på bordet, en i taget, och behöver inte använda alla pinnar. Varje sida är en eller flera hela pinnar. En liksidig triangel räknas också som likbent. Trianglar med samma form men olika storlek räknas som olika.



en likbent triangel



går inte ihop

Frågorna

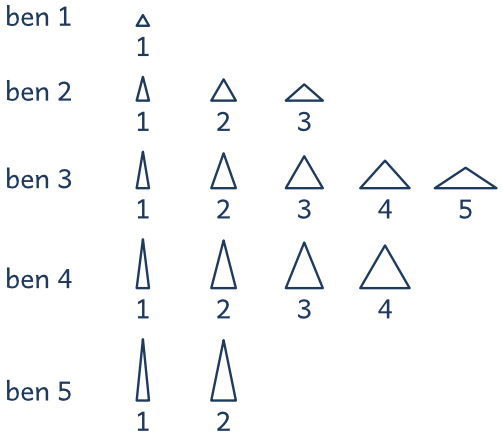
1. Hur många olika likbenta trianglar kan Lisa lägga?
2. Hur kan ni vara säkra på att ni har hittat alla?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Glasspinnarna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A



Gick inte:

2, 2, 4
blev platt

5, 5, 3
5 + 5 + 3 = 13
för många

1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15 ✓

Lösning B

Basen är kortare än benen tillsammans.
Alla pinnar ihop: högst 12.

ben	basen kan vara	antal
1	1	1
2	1, 2, 3	3
3	1, 2, 3, 4, 5	5
4	1, 2, 3, 4	4
5	1, 2	2
6	ingen	0

→ Ben 4:
4 + 4 = 8
12 − 8 = 4
basen högst 4

1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15 ✓

Frågor att prata om

1. Hur sorterar eleven trianglarna i lösning A?
2. Varför skriver eleven i lösning B att basen är högst 4 när benen är 4?
3. Var syns det i båda lösningarna att basen måste vara kortare än benen tillsammans?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 30 pinnar, och varför?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Geometri

Glasspinnarna

Problemet

Lisa har 12 glasspinnar som är lika långa. Hon lägger likbenta trianglar på bordet, en i taget, och behöver inte använda alla pinnar. Varje sida är en eller flera hela pinnar. En liksidig triangel räknas också som likbent. Trianglar med samma form men olika storlek räknas som olika.



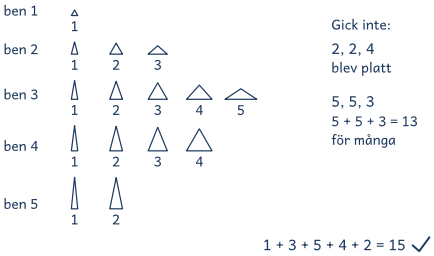
Hur många olika likbenta trianglar kan Lisa lägga?

Hur kan ni vara säkra på att ni har hittat alla?

Svaret: 15 likbenta trianglar, varav fyra liksidiga. En lista efter benen visar att ingen saknas.
Kontroll: Benen 1 till 5 ger 1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15, och ben 6 ger ingen bas.

Idén: *Basen är kortare än benen tillsammans, och pinnarna är högst 12.*

Lösning A: bygga och sortera



Eleven lägger trianglar, ritar dem som går ihop och sorterar dem efter benen från 1 till 5.

Lösning B: en lista efter benen

Basen är kortare än benen tillsammans.
Alla pinnar ihop: högst 12.

ben	basen kan vara	antal
1	1	1
2	1, 2, 3	3
3	1, 2, 3, 4, 5	5
4	1, 2, 3, 4	4
5	1, 2	2
6	ingen	0

Ben 4:
→ 4 + 4 = 8
12 − 8 = 4
basen högst 4

1 + 3 + 5 + 4 + 2 = 15 ✓

Eleven skriver villkoren först och räknar för varje ben vilka baser som går.

Lösning C: tankevurpa

Ben 1: bas 1, 2. Ben 2: bas 1–4
Ben 3: bas 1–6. Ben 4: bas 1–4
Ben 5: bas 1, 2. Det blir 18.
Svar: 18 likbenta trianglar.

Eleven räknar med platta trianglar, som 3, 3, 6, där basen är lika lång som benen tillsammans.
Fråga: ”Hur ser 3, 3, 6 ut när ni lägger den?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur sorterar eleven trianglarna i lösning A?
2. Varför skriver eleven i lösning B att basen är högst 4 när benen är 4?
3. Var syns det i båda lösningarna att basen måste vara kortare än benen tillsammans?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 30 pinnar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Nämnaren 2025:4, problem 4490.