Lärarens sida: Medel, problem 10, Smörgåsarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Elsa, Jonas och Kim är på utflykt. Elsa har med sig 2 smörgåsar och Jonas har 3. Smörgåsarna är lika stora. Kim har glömt sin matsäck. De delar de fem smörgåsarna så att alla tre äter lika mycket. Sedan ger Kim 25 kr till Elsa och Jonas för det han har ätit.

Hur ska Elsa och Jonas dela de 25 kronorna, så att det blir rättvist?

Problemet handlar om bråk och rättvis delning. Smörgåsarna är lika stora, och Kim betalar för det han får av var och en. Elsa ska få 5 kr och Jonas 20 kr, eftersom Elsa ger Kim 1/3 smörgås och Jonas 4/3. Material: fem pappersrektanglar per par att vika i tredjedelar. Idén kommer ur Nyman, Säfström och Taflin i Nämnaren 2016:3.

Lösning A



Elsa: 6 tredjedelar Jonas: 9 tredjedelar

Alla äter 5 av 15 tredjedelar.
Kim får 1 av Elsas och 4 av Jonas.
Kim betalar 25 kr för 5 tredjedelar:
25 / 5 = 5 kr för en tredjedel

Elsa: 1 · 5 = 5 kr Jonas: 4 · 5 = 20 kr ✓

Lösning B

5 smörgåsar delas på 3:
5 / 3 = 5/3 var
Elsa ger: 2 − 5/3 = 1/3
Jonas ger: 3 − 5/3 = 4/3
Kim får 1/3 + 4/3 = 5/3 för 25 kr.
1/3 kostar 25 / 5 = 5 kr.

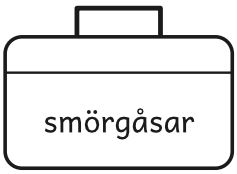
Elsa: 5 kr Jonas: 4 · 5 = 20 kr ✓

I passet	
Ringa in	Frågan, talen 2, 3 och 25, och orden *”lika mycket”* och *”rättvist”*.
Lyft ut	Vi vet: Elsas 2 och Jonas 3 smörgåsar är lika stora, alla äter lika mycket, och Kim betalar 25 kr. Vi ska ta reda på: hur mycket Elsa och Jonas ska få.
Ord och tal	Fråga: Vad betyder rättvist här? Betalar Kim för smörgåsarna Elsa och Jonas hade med sig, eller för det han äter?
Förutse	Smörgåsar som ritas i tredjedelar, bråk, eller pengarna efter antalet smörgåsar. Några svarar då 10 och 15 kr.
Kör de fast	Föreslå: Rita smörgåsarna och dela dem så att alla får lika. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att alla äter 5 tredjedelar. Försök använda det!
Säg inte	Elsa ger Kim 1/3 och Jonas ger 4/3. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Elsa har 1 smörgås och Jonas 2, och Kim betalar 10 kr (Elsa 0 kr och Jonas 10 kr). Större: Elsa har 3 smörgåsar och Jonas 5, och Kim betalar 40 kr. Hur ska de dela nu? (Elsa 5 kr och Jonas 35 kr)
Jämför	Kim betalar för det han får av var och en. I A syns det i bitarna med K, och i B i 2 − 5/3 och 3 − 5/3.
Fel eller osäker	Ni säger att Elsa ska ha 10 kr. Hur kan ni kontrollera det mot det hon gav Kim? *”Är 5 och 20 kr rättvist?”* Hur kan ni kontrollera det?

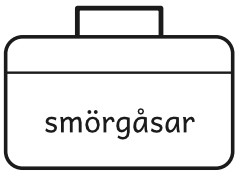
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Smörgåsarna

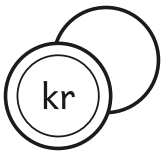
Elsa, Jonas och Kim är på utflykt. Elsa har med sig 2 smörgåsar och Jonas har 3. Smörgåsarna är lika stora. Kim har glömt sin matsäck. De delar de fem smörgåsarna så att alla tre äter lika mycket. Sedan ger Kim 25 kr till Elsa och Jonas för det han har ätit.



Elsa



Jonas



Kim

Frågan

Hur ska Elsa och Jonas dela de 25 kronorna, så att det blir rättvist?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Smörgåsarna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A



Elsa: 6 tredjedelar

Jonas: 9 tredjedelar

Alla äter 5 av 15 tredjedelar.

Kim får 1 av Elsas och 4 av Jonas.

Kim betalar 25 kr för 5 tredjedelar:

25 / 5 = 5 kr för en tredjedel

Elsa: 1 · 5 = 5 kr

Jonas: 4 · 5 = 20 kr ✓

Lösning B

5 smörgåsar delas på 3:

5 / 3 = 5/3 var

Elsa ger: 2 − 5/3 = 1/3

Jonas ger: 3 − 5/3 = 4/3

Kim får 1/3 + 4/3 = 5/3 för 25 kr.

1/3 kostar 25 / 5 = 5 kr.

Elsa: 5 kr

Jonas: 4 · 5 = 20 kr ✓

Frågor att prata om

1. Hur visar eleven i lösning A vad Kim äter av Elsas och Jonas smörgåsar?
2. Varför räknar eleven i lösning B 2 − 5/3?
3. Var syns det i båda lösningarna att Jonas ger fyra gånger så mycket som Elsa?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fyra personer, och varför?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

LÖSNINGSFÖRSLAG · TALUPPFATTNING

SMÖRGÅSARNA

PROBLEMET

Elsa, Jonas och Kim är på utflykt. Elsa har med sig 2 smörgåsar och Jonas har 3. Smörgåsarna är lika stora. Kim har glömt sin matsäck. De delar de fem smörgåsarna så att alla tre äter lika mycket. Sedan ger Kim 25 kr till Elsa och Jonas för det han har ätit.



Hur ska Elsa och Jonas dela de 25 kronorna, så att det blir rättvist?

Svaret: Elsa ska få 5 kr och Jonas 20 kr.
Kontroll: Elsa ger $2 - 5/3 = 1/3$ och Jonas $3 - 5/3 = 4/3$, och $5 + 4 \cdot 5 = 25$.

IDÉN: *Kim betalar för det han får av var och en: 1/3 smörgås av Elsa och 4/3 av Jonas.*

LÖSNING A: SMÖRGÅSARNA I TREDJEDELAR



Alla äter 5 av 15 tredjedelar.
Kim får 1 av Elsas och 4 av Jonas.
Kim betalar 25 kr för 5 tredjedelar:
25 / 5 = 5 kr för en tredjedel

Elsa: $1 \cdot 5 = 5$ kr Jonas: $4 \cdot 5 = 20$ kr ✓

Eleven delar smörgåsarna i tredjedelar och räknar hur många tredjedelar Kim får av Elsa och av Jonas.

LÖSNING B: RÄKNA MED BRÅK

5 smörgåsar delas på 3:
5 / 3 = 5/3 var
Elsa ger: $2 - 5/3 = 1/3$
Jonas ger: $3 - 5/3 = 4/3$
Kim får $1/3 + 4/3 = 5/3$ för 25 kr.
1/3 kostar 25 / 5 = 5 kr.

Elsa: 5 kr Jonas: $4 \cdot 5 = 20$ kr ✓

Eleven räknar ut att var och en äter 5/3 smörgås och drar det från Elsas 2 och Jonas 3.

LÖSNING C: TANKEVURPA

25 / 5 = 5 kr per smörgås
Elsa: $2 \cdot 5 = 10$ kr
Jonas: $3 \cdot 5 = 15$ kr
Svar: Elsa 10 kr, Jonas 15 kr.

Kim betalar för det han äter. Elsa åt själv 5/3 och gav Kim bara 1/3 smörgås.
Fråga: ”Vad betalar Kim för, och vem gav honom mest?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Hur visar eleven i lösning A vad Kim äter av Elsas och Jonas smörgåsar?
2. Varför räknar eleven i lösning B $2 - 5/3$?
3. Var syns det i båda lösningarna att Jonas ger fyra gånger så mycket som Elsa?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fyra personer, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Nyman, Säfström och Taflin i Nämnaren 2016:3.