Lärarens sida: Medel, problem 4, Bollbytet

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Omar har 26 golfbollar och vill byta bort alla. Han kan byta 3 golfbollar mot 5 tennisbollar, och 2 golfbollar mot 7 pingisbollar.

Hur många tennisbollar och pingisbollar kan Omar få?

Det finns flera svar. Hitta alla.

Problemet har flera svar, och båda bytena ska gå jämnt ut. Omar kan få 0, 10, 20, 30 eller 40 tennisbollar, med 91, 70, 49, 28 eller 7 pingisbollar. Eleverna arbetar systematiskt med multiplikation och division, så att inget svar saknas. Material: klossar eller kuber, 26 per par. Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Lösning A

till tennis	kvar	tennis	pingis
0	26	0	91 ✓
3	23	–	–
6	20	10	70 ✓
9	17	–	–
12	14	20	49 ✓
15	11	–	–
18	8	30	28 ✓
21	5	–	–
24	2	40	7 ✓

Så räknade vi raden med 6:
6 / 3 = 2 byten
2 · 5 = 10 tennis
20 / 2 = 10 byten
10 · 7 = 70 pingis

23 kvar är udda, det går inte.

5 sätt ✓

Lösning B

Alla till pingis: 26 / 2 = 13 byten



13 · 7 = 91 pingis

Flytta 6: tre tvåor blir två treor.



2 · 5 = 10 tennis och 10 · 7 = 70 pingis

Varje gång: 21 pingis färre, 10 tennis fler.

tennis:	0	10	20	30	40	
pingis:	91	70	49	28	7	5 sätt ✓

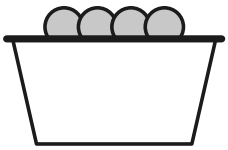
I passet	
Ringa in	Frågorna, talen 26, 3, 5, 2 och 7, och orden byta och alla.
Lyft ut	Vi vet: 3 golfbollar ger 5 tennisbollar, 2 golfbollar ger 7 pingisbollar, Omar byter alla 26. Vi ska ta reda på: hur många av varje, och alla sätt.
Ord och tal	Peka på bilden vid ordet byta. Fråga: Vad räknar 3, och vad räknar 5? Får Omar ta bara pingisbollar? Ja, det är ett av fem sätt.
Förutse	En tabell, bollar som ritas, eller alla till pingis först. Några hittar ett svar och slutar, och andra svarar med antalet byten.
Kör de fast	Föreslå: Välj hur många golfbollar Omar byter mot tennisbollar. Hur många blir kvar till pingis? Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att det inte går med 23 kvar. Försök använda det!
Säg inte	Golfbollarna till tennis ökar med 6 åt gången. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: 10 golfbollar (0 tennis och 35 pingis, eller 10 och 14). Större: Kan Omar få lika många tennisbollar som pingisbollar? (Nej, inget av de fem sätten) Vad kan han få för 50 golfbollar? (9 sätt, från 0 och 175 till 80 och 7)
Jämför	Två treor är sex, och det som blir kvar ska gå att dela med 2. I A syns det i varannan rad, och i B när eleven flyttar 6 golfbollar.
Fel eller osäker	Ni säger 2 tennisbollar och 10 pingisbollar. Hur kan ni kontrollera det mot problemet? *”Är det alla sätt?”* Hur kan ni kontrollera att inget saknas?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

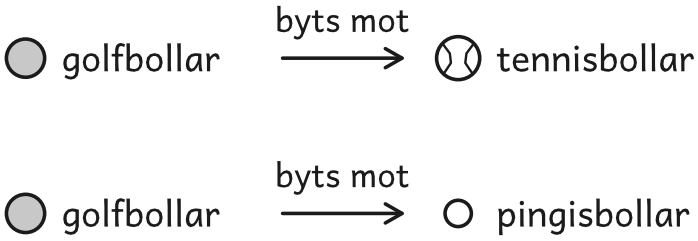
Bollbytet

Omar har 26 golfbollar och vill byta bort alla.

Han kan byta 3 golfbollar mot 5 tennisbollar, och 2 golfbollar mot 7 pingisbollar.



Omars golfbollar



Frågorna

1. Hur många tennisbollar och pingisbollar kan Omar få?
2. Det finns flera svar. Hitta alla.

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Bollbytet

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

till tennis	kvar	tennis	pingis
0	26	0	91 ✓
3	23	–	–
6	20	10	70 ✓
9	17	–	–
12	14	20	49 ✓
15	11	–	–
18	8	30	28 ✓
21	5	–	–
24	2	40	7 ✓

Så räknade vi raden med 6:

6 / 3 = 2 byten
2 · 5 = 10 tennis
20 / 2 = 10 byten
10 · 7 = 70 pingis

23 kvar är udda, det går inte.

5 sätt ✓

Lösning B

Alla till pingis: 26 / 2 = 13 byten



13 · 7 = 91 pingis

Flytta 6: tre tvåor blir två treor.



2 · 5 = 10 tennis och 10 · 7 = 70 pingis

Varje gång: 21 pingis färre, 10 tennis fler.

tennis:	0	10	20	30	40	
pingis:	91	70	49	28	7	5 sätt ✓

Frågor att prata om

1. Hur väljer eleven raderna i lösning A, och varför går bara varannan rad?
2. Varför flyttar eleven i lösning B 6 golfbollar i taget från pingis till tennis?
3. Var syns det i båda lösningarna att golfbollarna till tennis ökar med 6 åt gången?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 100 golfbollar, och varför?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Taluppfattning

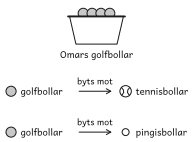
Bollbytet

Problemet

Omar har 26 golfbollar och vill byta bort alla. Han kan byta 3 golfbollar mot 5 tennisbollar, och 2 golfbollar mot 7 pingisbollar.

Hur många tennisbollar och pingisbollar kan Omar få?

Det finns flera svar. Hitta alla.



Svaret: 0, 10, 20, 30 eller 40 tennisbollar, med 91, 70, 49, 28 eller 7 pingisbollar.
Kontroll: Tennis + pingis: 0 + 26, 6 + 20, 12 + 14, 18 + 8, 24 + 2 golfbollar.

Idén: *Golfbollarna till tennis går i treor och resten i tvåor, så sätten skiljer sig med 6 golfbollar.*

Lösning A: pröva tre i taget

till tennis	kvar	tennis	pingis
0	26	0	91 ✓
3	23	–	–
6	20	10	70 ✓
9	17	–	–
12	14	20	49 ✓
15	11	–	–
18	8	30	28 ✓
21	5	–	–
24	2	40	7 ✓

Så räknade vi raden med 6:

6 / 3 = 2 byten
→ 2 · 5 = 10 tennis
20 / 2 = 10 byten
10 · 7 = 70 pingis

23 kvar är udda, det går inte.

5 sätt ✓

Eleven prövar 0, 3, 6 och fler golfbollar till tennis, och resten går att dela med 2 i varannan rad.

Lösning B: alla till pingis först

Alla till pingis: 26 / 2 = 13 byten



13 · 7 = 91 pingis

Flytta 6: tre tvåor blir två treor.



2 · 5 = 10 tennis och 10 · 7 = 70 pingis

Varje gång: 21 pingis färre, 10 tennis fler.

tennis:	0	10	20	30	40	
pingis:	91	70	49	28	7	5 sätt ✓

Eleven byter alla mot pingis och flyttar sedan 6 golfbollar i taget från pingis till tennis.

Lösning C: tankevurpa

6 + 20 = 26 golfbollar

Tennis: 6 / 3 = 2

Pingis: 20 / 2 = 10

Svar: 2 tennis och 10 pingis.

Eleven svarar med antalet byten. Varje byte ger 5 tennisbollar eller 7 pingisbollar: 2 · 5 = 10 och 10 · 7 = 70.

Fråga: ”Hur många tennisbollar ger 6 golfbollar?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur väljer eleven raderna i lösning A, och varför går bara varannan rad?
2. Varför flyttar eleven i lösning B 6 golfbollar i taget från pingis till tennis?
3. Var syns det i båda lösningarna att golfbollarna till tennis ökar med 6 åt gången?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 100 golfbollar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).