Lärarens sida: Medel, problem 5, Tangrammet

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Ett tangram är ett pussel med sju bitar: fem trianglar, en kvadrat och ett parallellogram. Tillsammans bildar bitarna en stor kvadrat. Den stora kvadraten har arean 400 cm².

Hur stor area har varje bit?

Vilka bitar har lika stor area?

Area som delar av en helhet. De stora trianglarna är 100 cm² var, den mellanstora, kvadraten och parallellogrammet 50 cm² och de små 25 cm². Eleverna lägger bitarna på varandra och ser att olika former kan ha samma area. Material: ett tangram per par, eller en kopia av bilden och en sax. Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Lösning A



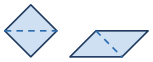
De två stora är halva den stora kvadraten.
En stor: 400 / 4 = 100 cm²



Den mellanstora täcker halva den stora:
100 / 2 = 50 cm²

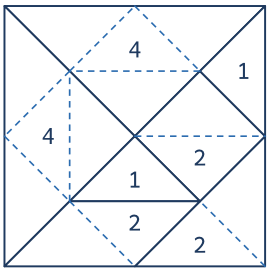


De två små täcker den mellanstora:
50 / 2 = 25 cm²



De täcker också kvadraten och parallellogrammet:
2 · 25 = 50 cm² ✓

Lösning B



4 + 4 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16 små trianglar
↓
400 / 16 = 25 cm²

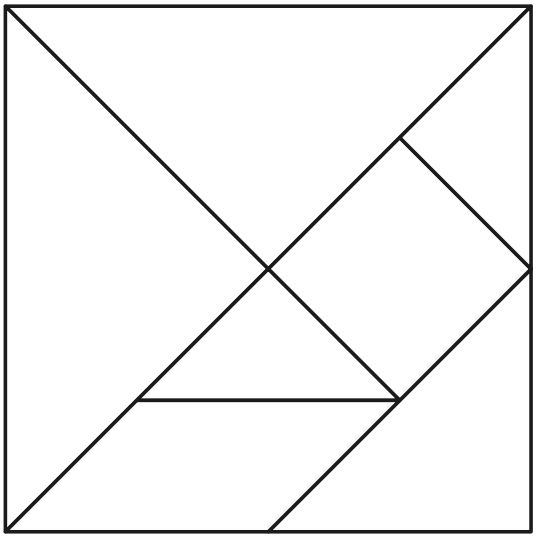
stor: 4 · 25 = 100 cm²
med 2 små: 2 · 25 = 50 cm²
liten: 25 cm² ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talet 400, och orden area, cm², kvadrat och parallellogram.
Lyft ut	Vi vet: sju bitar, och hela kvadraten har arean 400 cm². Vi ska ta reda på: arean av varje bit, och vilka som är lika stora.
Ord och tal	Visa bilden och peka på bitarna. Fråga: Vad betyder area? Vad räknar 400, hela kvadraten eller en bit?
Förutse	Bitar som läggs på varandra, rutor som ritas, eller halvor och fjärdedelar. Några räknar 400 / 7, som om alla bitar vore lika stora.
Kör de fast	Föreslå: Klipp ut bitarna ur en kopia och lägg dem på varandra. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att två små täcker kvadraten. Försök använda det!
Säg inte	Dela hela kvadraten i 16 små trianglar. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Hela kvadraten är 16 cm² (små 1, stora 4 och de andra 2 cm²). Större: Lägg en figur med arean 300 cm². (Som alla utom en stor triangel) Ett annat tangram har ett parallellogram på 125 cm². Hur stort är hela? (1 000 cm²)
Jämför	Kvadraten, parallellogrammet och den mellanstora triangeln är två små trianglar var. Lyft fram att olika former kan ha samma area, som A visar och B räknar.
Fel eller osäker	Ni säger att kvadraten är större än parallellogrammet. Hur kan ni kontrollera det med bitarna? *”Blir summan 400?”* Hur kan ni kontrollera att alla sju bitar är med?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Tangrammet

Ett tangram är ett pussel med sju bitar: fem trianglar, en kvadrat och ett parallellogram. Tillsammans bildar bitarna en stor kvadrat. Den stora kvadraten har arean 400 cm^2.



Frågorna

1. Hur stor area har varje bit?
2. Vilka bitar har lika stor area?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Tangrammet

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A



De två stora är halva den stora kvadraten.

En stor: 400 / 4 = 100 cm²



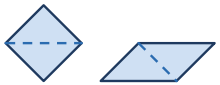
Den mellanstora täcker halva den stora:

100 / 2 = 50 cm²



De två små täcker den mellanstora:

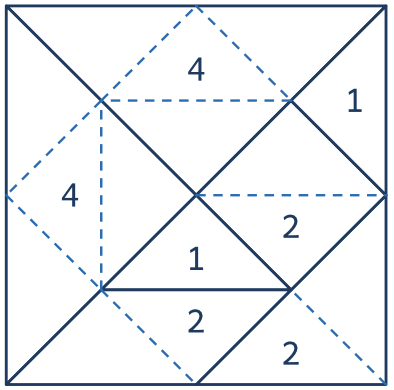
50 / 2 = 25 cm²



De täcker också kvadraten och parallellogrammet:

2 · 25 = 50 cm² ✓

Lösning B



4 + 4 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16 små trianglar

↓

400 / 16 = 25 cm²

stor: 4 · 25 = 100 cm²

med 2 små: 2 · 25 = 50 cm²

liten: 25 cm² ✓

Frågor att prata om

1. Vilka bitar lägger eleven på varandra i lösning A?
2. Varför delar eleven i lösning B 400 med 16?
3. Var syns det i båda lösningarna att kvadraten och parallellogrammet har samma area?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om hela tangrammet var 1 000 cm², och varför?

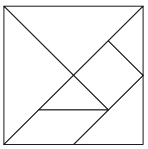
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Geometri

Tangrammet

Problemet

Ett tangram är ett pussel med sju bitar: fem trianglar, en kvadrat och ett parallellogram. Tillsammans bildar bitarna en stor kvadrat. Den stora kvadraten har arean 400 cm².



Hur stor area har varje bit?

Vilka bitar har lika stor area?

Svaret: De stora trianglarna är 100 cm², de små 25 och de tre andra 50 var.
Kontroll: 2 · 100 + 3 · 50 + 2 · 25 = 400 för alla sju bitarna.

Idén: *Kvadraten, parallellogrammet och den mellanstora triangeln är två små trianglar var, så olika former kan ha samma area.*

Lösning A: bitarna på varandra



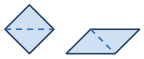
De två stora är halva den stora kvadraten.
En stor: 400 / 4 = 100 cm²



Den mellanstora täcker halva den stora:
100 / 2 = 50 cm²



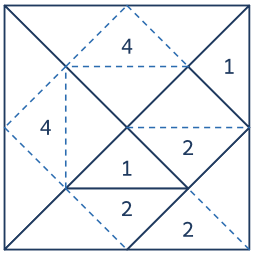
De två små täcker den mellanstora:
50 / 2 = 25 cm²



De täcker också kvadraten och parallellogrammet:
2 · 25 = 50 cm² ✓

Eleven lägger bitarna på varandra och halverar, från en stor triangel på 100 cm² till en liten.

Lösning B: 16 små trianglar



4 + 4 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16 små trianglar
↓
400 / 16 = 25 cm²

stor: 4 · 25 = 100 cm²
med 2 små: 2 · 25 = 50 cm²
liten: 25 cm² ✓

Eleven delar hela kvadraten i 16 små trianglar och räknar hur många som ryms i varje bit.

Lösning C: tankevurpa

Tangrammet har 7 bitar.
400 / 7 = 57 rest 1
Svar: Ungefär 57 cm² var.

Eleven delar som om alla sju bitar vore lika stora, men fyra små täcker en stor triangel.
Fråga: ”Hur kan ni pröva 57 cm² med bitarna?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vilka bitar lägger eleven på varandra i lösning A?
2. Varför delar eleven i lösning B 400 med 16?
3. Var syns det i båda lösningarna att kvadraten och parallellogrammet har samma area?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om hela tangrammet var 1 000 cm², och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).