Lärarens sida: Medel, problem 9, Pantpengarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

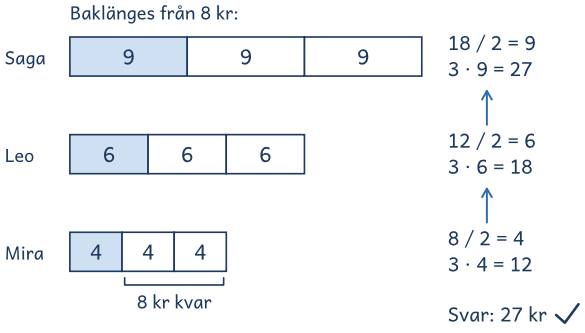
Tre syskon pantar burkar och lägger pengarna i en ask. Saga tar 1/3 av pengarna och går. Sedan kommer Leo. Han tror att ingen har tagit något och tar 1/3 av det som finns kvar. Sist kommer Mira och gör likadant. Då ligger 8 kr kvar i asken.

Hur mycket pengar fick syskonen för burkarna?

Hur mycket tog var och en?

Problemet handlar om bråk av det som finns kvar och om att räkna baklänges. Från början fanns 27 kr, och Saga tog 9 kr, Leo 6 kr och Mira 4 kr. Eleverna ser att 8 kr är 2/3 av det Mira hittade i asken och går bakåt ett steg i taget. Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).

Lösning A



Lösning B

början	Saga	Leo	Mira	kvar
30	10	nej		
81	27	18	12	24
27	9	6	4	8 ✓

Så räknade vi 27:
27 / 3 = 9
27 − 9 = 18
18 / 3 = 6
18 − 6 = 12
12 / 3 = 4
12 − 4 = 8

81 gav 24 kvar.
24 är tre gånger så mycket som 8:
pröva en tredjedel, 81 / 3 = 27.

Svar: 27 kr ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen 1/3 och 8 kr, och orden *”det som finns kvar”* och *”likadant”*.
Lyft ut	Vi vet: alla tar 1/3 av det som är kvar, och sist är 8 kr kvar. Vi ska ta reda på: pengarna från början, och vad var och en tog.
Ord och tal	Visa stapeln på bilden. Fråga: Vad betyder *”det som finns kvar”*? Är 8 kr Miras del eller det som blev kvar?
Förutse	Staplar som delas, tal som prövas i en tabell, eller baklänges från 8 kr. Några tror att 8 kr är 1/3 i stället för 2/3.
Kör de fast	Föreslå: Gissa hur mycket som fanns från början, och räkna vad var och en tar. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att Mira lämnar 2/3 kvar. Försök använda det!
Säg inte	8 kr är 2/3 av det Mira hittade, så gå baklänges. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Två syskon gör likadant, och sist är 4 kr kvar (9 kr: Saga tog 3 kr och Leo 2 kr). Större: Fyra syskon gör likadant, och sist är 16 kr kvar. Hur mycket fanns från början? (81 kr)
Jämför	Varje gång blir 2/3 kvar. I A är 8 kr två tredjedelar, så en tredjedel är 4 kr. I B är det 18, 12 och 8 kr som blir kvar.
Fel eller osäker	Ni säger att Mira tog 8 kr. Hur kan ni kontrollera det mot problemet? *”Är det 27 kr?”* Hur kan ni kontrollera att det blir 8 kr kvar?

Pantpengarna

Tre syskon pantar burkar och lägger pengarna i en ask. Saga tar 1/3 av pengarna och går. Sedan kommer Leo. Han tror att ingen har tagit något och tar 1/3 av det som finns kvar. Sist kommer Mira och gör likadant. Då ligger 8 kr kvar i asken.

pengarna i asken

Saga tar 1/3		

Frågorna

1. Hur mycket pengar fick syskonen för burkarna?
2. Hur mycket tog var och en?

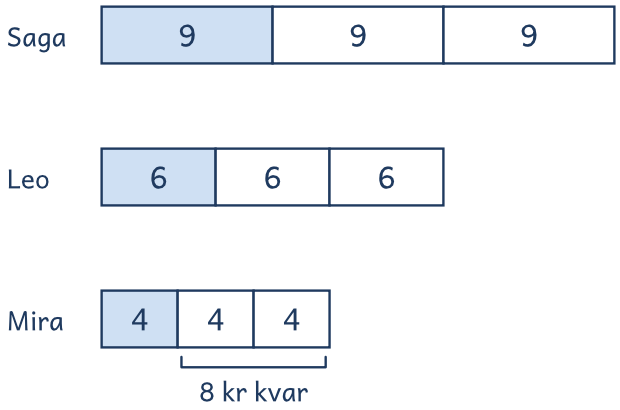
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Pantpengarna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

Baklänges från 8 kr:



18 / 2 = 9
3 · 9 = 27

12 / 2 = 6
3 · 6 = 18

8 / 2 = 4
3 · 4 = 12

Svar: 27 kr ✓

Lösning B

början	Saga	Leo	Mira	kvar
30	10	nej		
81	27	18	12	24
27	9	6	4	8 ✓

Så räknade vi 27:
27 / 3 = 9
27 − 9 = 18
18 / 3 = 6
18 − 6 = 12
12 / 3 = 4
12 − 4 = 8

81 gav 24 kvar.
24 är tre gånger så mycket som 8:
pröva en tredjedel, 81 / 3 = 27.

Svar: 27 kr ✓

Frågor att prata om

1. Varför börjar eleven i lösning A med den nedersta stapeln?
2. Varför prövar eleven 27 efter 81 i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att 2/3 blir kvar varje gång?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fem syskon, och varför?

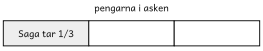
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Taluppfattning

Pantpengarna

Problemet

Tre syskon pantar burkar och lägger pengarna i en ask. Saga tar 1/3 av pengarna och går. Sedan kommer Leo. Han tror att ingen har tagit något och tar 1/3 av det som finns kvar. Sist kommer Mira och gör likadant. Då ligger 8 kr kvar i asken.



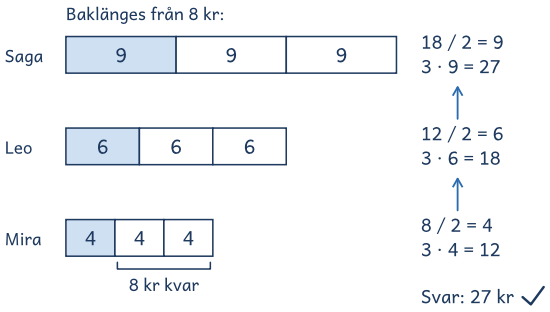
Hur mycket pengar fick syskonen för burkarna?

Hur mycket tog var och en?

Svaret: 27 kr. Saga tog 9 kr, Leo 6 kr och Mira 4 kr.
Kontroll: 27 − 9 = 18, 18 − 6 = 12, 12 − 4 = 8, och var och en tar 1/3.

Idén: *Varje gång blir 2/3 kvar, och 8 kr är 2/3 av det som Mira hittade.*

Lösning A: baklänges med staplar



Eleven ser att de 8 kr som blir kvar är två tredjedelar och går bakåt stapel för stapel.

Lösning B: pröva och förbättra

början	Saga	Leo	Mira	kvar
30	10	nej		
81	27	18	12	24
27	9	6	4	8 ✓

Så räknade vi 27:
27 / 3 = 9
27 − 9 = 18
18 / 3 = 6
18 − 6 = 12
12 / 3 = 4
12 − 4 = 8

81 gav 24 kvar.
24 är tre gånger så mycket som 8:
pröva en tredjedel, 81 / 3 = 27.

Svar: 27 kr ✓

Eleven prövar belopp i en tabell. 81 ger 24 kr kvar, tre gånger 8, så eleven prövar 81 / 3 = 27.

Lösning C: tankevurpa

Mira tog 8 kr: 3 · 8 = 24
Leo: 24 / 2 · 3 = 36
Saga: 36 / 2 · 3 = 54
Svar: 54 kr från början.

Eleven läser 8 kr som Miras del, men 8 kr blev kvar i asken. Med 54 kr blir 16 kr kvar.
Fråga: ”Vad är 8 kr i problemet?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför börjar eleven i lösning A med den nedersta stapeln?
2. Varför prövar eleven 27 efter 81 i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att 2/3 blir kvar varje gång?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fem syskon, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005).