Lärarens sidor: Bas

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Här står problemen på nivån Bas, som ligger nära åk 4–5, i den ordning gruppen tar dem. Varje problem har lärarens sida, problemets sida, bladet Två lösningar och ett lösningsförslag.

Problemet	Matematiken	Lösning A	Lösning B
1. Äpplena	räkna baklänges, del och helhet	Gör en tabell: pröva 2, 3 och 4 ur varje	Räkna baklänges från det som är kvar
2. Fiskebodarna	ett mönster som växer	Gör en tabell: 4 stickor till per bod	Leta efter ett mönster: 1 sticka och 4 per bod
3. Kexen	jämna ut, som ett medelvärde	Rita eller bygg: jämna ut i staplar	räkna alla kex och dela med 3
4. Chokladbollarna	proportionalitet	Gör en tabell: 10, 20 och 30 bollar	Ta varje mått gånger 1,5
5. Ljusstakarna	två okända tal	Pröva och förbättra i en tabell	Tänk dig att alla är av samma sort
6. Tornet	ett mönster av kuber	Leta efter ett mönster: lager för lager	Rita eller bygg: stolpen och fyra trappor
7. Matcherna	kombinatorik	Gör en lista: lag för lag i ordning	Rita eller bygg: prickar och streck
8. Tärningarna	sannolikhet	kasta 36 gånger och sätt streck	Gör en tabell: alla 36 utfall
9. Parken	omkrets och varv	Gör en tabell: meter efter varje varv	Rita eller bygg: hopp på tallinjer
10. Vågen	likheter med tre okända	lägg ihop alla tre vågarna	jämför vågarna två och två

Så använder du problemen	
Ordningen	Ta problemen i ordning, ett per pass, och byt ordning när gruppen behöver arbeta med ett annat område eller ett problem som liknar det förra. De första är lättast att börja på.
Kopiorna	Kopiera problemets sida till varje par, eller visa den på tavlan. I Jämföra får varje par bladet Två lösningar, med B under ett papper tills gruppen har sagt vad A gör.

© Niclas Fohlin. Ur Problemlösning i grupp, https://niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp.

Lärarens sida: Bas, problem 1, Äpplena

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Fyra påsar med äpplen står på bänken. I påsarna finns 25 äpplen tillsammans. Elsa tar lika många äpplen ur varje påse. Sedan finns det 1, 2, 3 och 3 äpplen kvar i påsarna.

Hur många äpplen tog Elsa ur varje påse?

Hur många äpplen fanns det i varje påse från början?

Problemet handlar om del och helhet och om att räkna baklänges. Svaret är 4 äpplen ur varje påse, och påsarna hade 5, 6, 7 och 7. Eleverna lägger ihop, delar lika och ser att ett äpple mer ur varje påse ger fyra äpplen mer från början. Material: kuber, 25 per par. Idén kommer ur Känguru 2026, Ecolier nr 11.

Lösning A

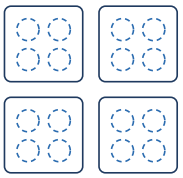
ur varje påse	påsarna från början	ihop
2	3, 4, 5, 5	17 för få
3	4, 5, 6, 6	21 för få
4	5, 6, 7, 7	25 ✓

+ 4

+ 4

Så räknade vi sista raden: 5 + 6 + 7 + 7 = 25

Lösning B



16 äpplen i 4 lika delar

Kvar: 1 + 2 + 3 + 3 = 9

↓

Elsa tog 25 − 9 = 16

↓

16 / 4 = 4 ur varje påse

Kontroll: påsarna från början

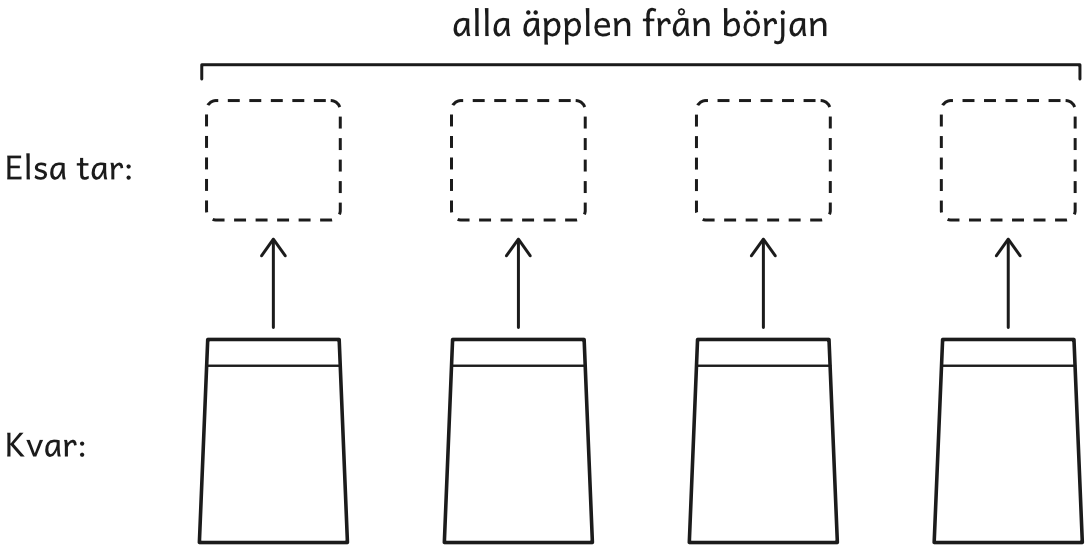
5 + 6 + 7 + 7 = 25 ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, orden *”lika många”* och *”kvar”*, talet 25 och de fyra talen 1, 2, 3 och 3.
Lyft ut	Vi vet: 25 äpplen i fyra påsar, lika många ur varje, och 1, 2, 3 och 3 blir kvar. Vi ska ta reda på: hur många ur varje påse, och hur många från början.
Ord och tal	Visa bilden: påsarna visar det som är kvar, rutorna det Elsa tar och klammern alla äpplen från början. Fråga: Vad räknar 25, och vad räknar 1, 2, 3 och 3?
Förutse	Eleverna lägger kuber i fyra högar, prövar ett antal eller räknar det som är kvar först. Ofta svarar någon 9 eller 16.
Kör de fast	Föreslå: Gissa hur många Elsa tog ur varje påse, och räkna hur många det blir från början. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att 3 ur varje påse gav 21 äpplen från början. Försök använda det!
Säg inte	Räkna först det som är kvar och dra bort det från 25. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: 13 äpplen, och 1, 2, 1 och 1 kvar (2 ur varje). Större: Kan det ha funnits 27 äpplen från början? (Nej: (27 − 9) / 4 går inte jämnt ut) Vilka antal äpplen går, om 1, 2, 3 och 3 blir kvar? (13, 17, 21 och så vidare)
Jämför	Det Elsa tar ur påsarna är fyra lika delar. I A blir alla äpplen från början 4 fler för varje rad, och B delar 16 i fyra lika delar.
Fel eller osäker	Ni säger att svaret är 9. Hur kan ni kontrollera att det svarar på frågan? Ni säger att påsarna hade lika många från början. Hur kan ni kontrollera det mot problemet?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Äpplena

Fyra påsar med äpplen står på bänken. I påsarna finns 25 äpplen tillsammans. Elsa tar lika många äpplen ur varje påse. Sedan finns det 1, 2, 3 och 3 äpplen kvar i påsarna.



Frågorna

1. Hur många äpplen tog Elsa ur varje påse?
2. Hur många äpplen fanns det i varje påse från början?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Äpplena

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

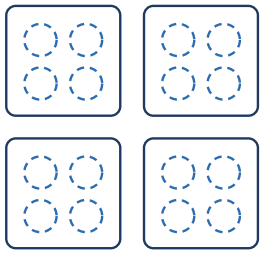
ur varje påse	påsarna från början	ihop
2	3, 4, 5, 5	17 för få
3	4, 5, 6, 6	21 för få
4	5, 6, 7, 7	25 ✓

↓ + 4

↓ + 4

Så räknade vi sista raden: 5 + 6 + 7 + 7 = 25

Lösning B



16 äpplen
i 4 lika delar

Kvar: 1 + 2 + 3 + 3 = 9

↓

Elsa tog 25 − 9 = 16

↓

16 / 4 = 4 ur varje påse

Kontroll: påsarna från början
5 + 6 + 7 + 7 = 25 ✓

Frågor att prata om

1. Vad ändrar eleven i lösning A från rad till rad, och vad händer med alla äpplen från början?
2. Varför räknar eleven i lösning B först de äpplen som är kvar?
3. Var syns det i båda lösningarna att det Elsa tog är fyra lika delar?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 påsar och 100 äpplen, och varför?

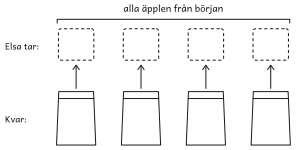
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Taluppfattning

Äpplena

Problemet

Fyra påsar med äpplen står på bänken. I påsarna finns 25 äpplen tillsammans. Elsa tar lika många äpplen ur varje påse. Sedan finns det 1, 2, 3 och 3 äpplen kvar i påsarna.



Hur många äpplen tog Elsa ur varje påse?

Hur många äpplen fanns det i varje påse från början?

Svaret: 4 äpplen ur varje påse. Påsarna hade 5, 6, 7 och 7 äpplen.
Kontroll: 5 + 6 + 7 + 7 = 25, och 5 − 4 = 1, 6 − 4 = 2, 7 − 4 = 3.

Idén: *Det Elsa tar ur påsarna är fyra lika delar.*

Lösning A: pröva och förbättra

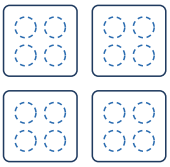
ur varje påse	påsarna från början	ihop
2	3, 4, 5, 5	17 för få
3	4, 5, 6, 6	21 för få
4	5, 6, 7, 7	25 ✓

+ 4
+ 4

Så räknade vi sista raden: 5 + 6 + 7 + 7 = 25

Eleven prövar 2, 3 och 4 ur varje påse, och alla äpplen från början blir 4 fler för varje rad.

Lösning B: räkna baklänges



16 äpplen i 4 lika delar

Kvar: 1 + 2 + 3 + 3 = 9
↓
Elsa tog 25 − 9 = 16
↓
16 / 4 = 4 ur varje påse

Kontroll: påsarna från början
5 + 6 + 7 + 7 = 25 ✓

Eleven räknar först de 9 äpplen som är kvar och delar de 16 som Elsa tog i fyra lika delar.

Lösning C: tankevurpa

1 + 2 + 3 + 3 = 9

25 − 9 = 16

Svar: Elsa tog 16 ur varje påse.

16 är alla äpplen som Elsa tog, och den andra frågan saknar svar.

Fråga: ”Hur många äpplen hade påsarna från början, om Elsa tog 16 ur varje?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad ändrar eleven i lösning A från rad till rad, och vad händer med alla äpplen från början?
2. Varför räknar eleven i lösning B först de äpplen som är kvar?
3. Var syns det i båda lösningarna att det Elsa tog är fyra lika delar?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 påsar och 100 äpplen, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Lärarens sida: Bas, problem 2, Fiskebodarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Lisa bygger fiskebodar av stickor. En bod har ett golv, två väggar och ett tak av två stickor. När bodarna står i rad, delar två bodar på en vägg. Bilden visar en bod och tre bodar i rad.

Hur många stickor behövs till 6 bodar i rad?

Hur många stickor behövs till 20 bodar i rad?

Problemet handlar om ett mönster som växer, där varje ny bod tar fyra stickor till. Svaret är 25 stickor till 6 bodar och 81 till 20 bodar. Eleverna bygger, för in i en tabell och beskriver mönstret med ord. Material: tändstickor eller glasspinnar, 30 per par. Idén kommer ur NCM:s Strävorna 4B/5B, Fiskebodar.

Lösning A

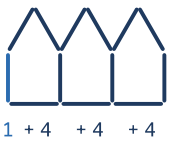
bodar	stickor		bodar	stickor
1	5		11	45
2	9	+ 4	12	49
3	13	+ 4	13	53
4	17	+ 4	14	57
5	21		15	61
6	25		16	65
7	29		17	69
8	33		18	73
9	37		19	77
10	41		20	81

Varje ny bod ger 4 stickor till.

6 bodar: 25 stickor ✓

20 bodar: 81 stickor ✓

Lösning B



den första väggen och 4 för varje bod

Första väggen: 1 sticka
Varje bod: 4 stickor till

↓

6 bodar: 1 + 6 · 4 = 25

↓

20 bodar: 1 + 20 · 4 = 81

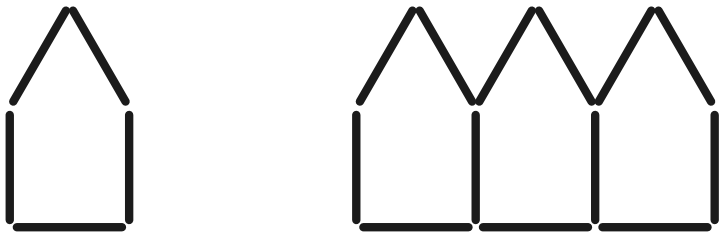
Kontroll: 3 bodar på bilden
1 + 3 · 4 = 13 stickor ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen 6 och 20, och orden *”i rad”* och *”delar på en vägg”*.
Lyft ut	Vi vet: en bod har fem stickor, och två bodar i rad delar på en vägg. Vi ska ta reda på: antalet stickor till 6 och till 20 bodar.
Ord och tal	Peka på golvet, väggarna och taket, och på väggen som två bodar delar. Fråga: Vad räknar 6 och 20, och vad ska vi räkna?
Förutse	Eleverna bygger bodar, gör en tabell där talen ökar med 4 eller räknar en sticka och 4 per bod. Någon räknar 6 · 5 = 30 och glömmer de delade väggarna.
Kör de fast	Föreslå: Bygg 1, 2 och 3 bodar och räkna stickorna. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att varje ny bod tog 4 stickor. Försök använda det!
Säg inte	Börja med en sticka och lägg till fyra för varje bod. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: 4 bodar och 10 bodar (17 och 41 stickor). Större: Hur många stickor behövs till 99 bodar? (397) Skriv med ord en regel som gäller för alla bodar. (En sticka, och sedan 4 för varje bod)
Jämför	Varje ny bod tar 4 stickor till. I A ökar stickorna med 4 från rad till rad, och i B syns det i 6 · 4 och 20 · 4.
Fel eller osäker	Ni säger att det blir 30 stickor. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? Ni säger att 20 bodar tar dubbelt så många som 10. Hur kan ni kontrollera det med 2 och 4 bodar?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Fiskebodarna

Lisa bygger fiskebodar av stickor. En bod har ett golv, två väggar och ett tak av två stickor. När bodarna står i rad, delar två bodar på en vägg. Bilden visar en bod och tre bodar i rad.



en bod | tre bodar i rad

Frågorna

1. Hur många stickor behövs till 6 bodar i rad?
2. Hur många stickor behövs till 20 bodar i rad?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Fiskebodarna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

bodar	stickor
1	5
2	9
3	13
4	17
5	21
6	25
7	29
8	33
9	37
10	41

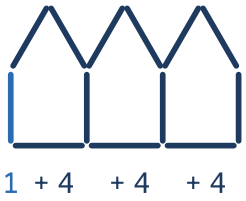
+ 4
+ 4
+ 4

bodar	stickor
11	45
12	49
13	53
14	57
15	61
16	65
17	69
18	73
19	77
20	81

Varje ny bod ger 4 stickor till.

6 bodar: 25 stickor ✓

20 bodar: 81 stickor ✓



den första väggen och 4 för varje bod

Lösning B

Första väggen: 1 sticka
Varje bod: 4 stickor till

↓

6 bodar: $1 + 6 \cdot 4 = 25$

↓

20 bodar: $1 + 20 \cdot 4 = 81$

Kontroll: 3 bodar på bilden
$1 + 3 \cdot 4 = 13$ stickor ✓

Frågor att prata om

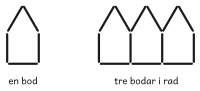
1. Hur fortsätter eleven tabellen i lösning A från rad till rad?
2. Varför börjar eleven i lösning B med 1 sticka?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje ny bod tar 4 stickor till?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 99 bodar, och varför?

LÖSNINGSFÖRSLAG · ALGEBRA

FISKEBODARNA

PROBLEMET

Lisa bygger fiskebodar av stickor. En bod har ett golv, två väggar och ett tak av två stickor. När bodarna står i rad, delar två bodar på en vägg. Bilden visar en bod och tre bodar i rad.



Hur många stickor behövs till 6 bodar i rad?

Hur många stickor behövs till 20 bodar i rad?

Svaret: 25 stickor till 6 bodar och 81 stickor till 20 bodar.
Kontroll: 6 · 5 − 5 = 25 och 20 · 5 − 19 = 81, där 5 och 19 väggar delas.

IDÉN: *Varje ny bod tar 4 stickor till, eftersom den delar en vägg med boden före.*

LÖSNING A: FORTSÄTTA TABELLEN

bodar	stickor		bodar	stickor
1	5		11	45
2	9	+ 4	12	49
3	13	+ 4	13	53
4	17	+ 4	14	57
5	21		15	61
6	25		16	65
7	29		17	69
8	33		18	73
9	37		19	77
10	41		20	81

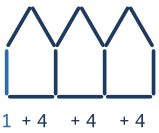
Varje ny bod ger 4 stickor till.

6 bodar: 25 stickor ✓

20 bodar: 81 stickor ✓

Eleven räknar stickorna till 1, 2 och 3 bodar och fortsätter tabellen med 4 till för varje bod.

LÖSNING B: SE STRUKTUREN



den första väggen och 4 för varje bod

Första väggen: 1 sticka
Varje bod: 4 stickor till
↓
6 bodar: 1 + 6 · 4 = 25
↓
20 bodar: 1 + 20 · 4 = 81

Kontroll: 3 bodar på bilden
1 + 3 · 4 = 13 stickor ✓

Eleven ser den första väggen för sig och 4 stickor för varje bod: golvet, taket och väggen till höger.

LÖSNING C: TANKEVURPA

En bod har 5 stickor.

6 · 5 = 30

20 · 5 = 100

Svar: 30 och 100 stickor.

Eleven glömmer att två bodar delar en vägg. Bilden med 3 bodar har 13 stickor, och 3 · 5 = 15.
Fråga: ”Var räknar eleven för många stickor?”

FRÅGOR OM TANKARNA BAKOM

1. Hur fortsätter eleven tabellen i lösning A från rad till rad?
2. Varför börjar eleven i lösning B med 1 sticka?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje ny bod tar 4 stickor till?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 99 bodar, och varför?

VISA OCH JÄMFÖR LÖSNINGAR

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Lärarens sida: Bas, problem 3, Kexen

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

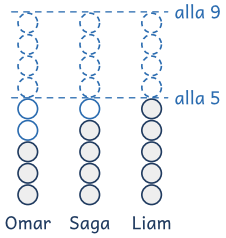
Tre barn har var sitt fat med kex. På Omars fat ligger 3 kex, på Sagas 4 och på Liams 5. På en bricka ligger 15 kex till. Barnen delar på kexen från brickan, så att alla tre har lika många kex till slut.

Hur många kex har vart och ett av barnen till slut?

Hur många kex från brickan får vart och ett av barnen?

Problemet handlar om att dela lika när delarna är olika stora från början. Det är idén bakom medelvärdet. Svaret är 9 kex var, och från brickan får Omar 6, Saga 5 och Liam 4. Eleverna lägger ihop, delar lika och jämnar ut. Material: kuber eller kex, 32 per par. Idén kommer ur Känguru 2025, Ecolier nr 11.

Lösning A



Först får alla 5:
Omar 2, Saga 1, Liam 0
↓
15 − 3 = 12 kvar
↓
12 / 3 = 4 var
↓
Alla har 5 + 4 = 9 ✓

Från brickan:
Omar 6, Saga 5, Liam 4

Lösning B



9 kex var.
De streckade är
från brickan.

Alla kex:
3 + 4 + 5 + 15 = 27
↓
27 / 3 = 9 var
↓
Omar 9 − 3 = 6
Saga 9 − 4 = 5
Liam 9 − 5 = 4

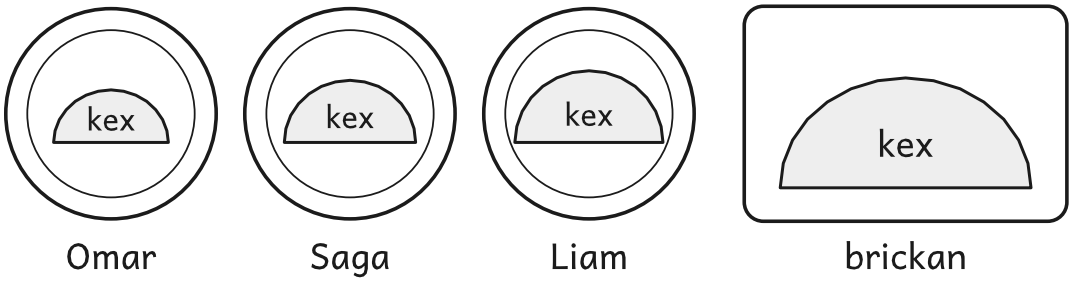
Kontroll: 6 + 5 + 4 = 15 ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen 3, 4, 5 och 15, och orden *”lika många”* och *”från brickan”*.
Lyft ut	Vi vet: faten har 3, 4 och 5 kex, brickan 15. Alla ska ha lika många. Vi ska ta reda på: hur många var och en har till slut och får från brickan.
Ord och tal	Peka på faten, brickan och kexen på bilden. Fråga: Vad räknar 15? Betyder *”lika många”* att alla får lika många från brickan?
Förutse	Eleverna delar ut kex eller kuber, jämnar ut staplar eller räknar alla kex först. Någon delar 15 / 3 = 5.
Kör de fast	Föreslå: Lägg ut kexen med kuber och dela ut från brickan. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att alla kan ha 5, som Liam. Försök använda det!
Säg inte	Lägg ihop alla kexen och dela med 3. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Faten har 1, 2 och 3 kex, och brickan 6 (4 var). Större: Ett fjärde barn kommer med 5 kex på sitt fat. Hur många får var och en från brickan nu? (Alla har 8: 5, 4, 3 och 3 från brickan)
Jämför	Barnen delar alla 27 kex lika, och var och en får det som fattas till 9. I A syns det i staplarna, och B räknar 9 − 3, 9 − 4 och 9 − 5.
Fel eller osäker	Ni säger att alla får 5 från brickan. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? *”Är svaret 9 kex från brickan?”* Hur kan ni kontrollera att det svarar på frågan?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Kexen

Tre barn har var sitt fat med kex. På Omars fat ligger 3 kex, på Sagas 4 och på Liams 5. På en bricka ligger 15 kex till. Barnen delar på kexen från brickan, så att alla tre har lika många kex till slut.



Frågorna

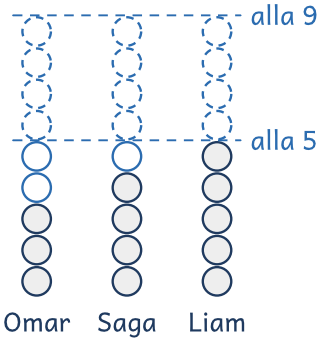
1. Hur många kex har vart och ett av barnen till slut?
2. Hur många kex från brickan får vart och ett av barnen?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Kexen

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A



Först får alla 5:
Omar 2, Saga 1, Liam 0

↓

15 − 3 = 12 kvar

↓

12 / 3 = 4 var

↓

Alla har 5 + 4 = 9 ✓

Från brickan:
Omar 6, Saga 5, Liam 4

Lösning B



9 kex var.
De streckade är
från brickan.

Alla kex:
3 + 4 + 5 + 15 = 27

↓

27 / 3 = 9 var

↓

Omar 9 − 3 = 6
Saga 9 − 4 = 5
Liam 9 − 5 = 4

Kontroll: 6 + 5 + 4 = 15 ✓

Frågor att prata om

1. Varför ger eleven i lösning A först kex till Omar och Saga?
2. Varför räknar eleven i lösning B alla kexen, också de på faten?
3. Var syns det i båda lösningarna att var och en får det som fattas till 9?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 barn, och varför?

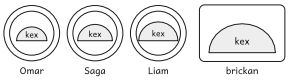
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Taluppfattning

Kexen

Problemet

Tre barn har var sitt fat med kex. På Omars fat ligger 3 kex, på Sagas 4 och på Liams 5. På en bricka ligger 15 kex till. Barnen delar på kexen från brickan, så att alla tre har lika många kex till slut.



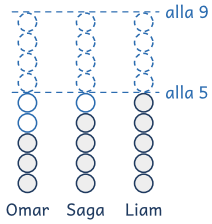
Hur många kex har vart och ett av barnen till slut?

Hur många kex från brickan får vart och ett av barnen?

Svaret: 9 kex var. Från brickan får Omar 6, Saga 5 och Liam 4.
Kontroll: 3 + 6 = 9, 4 + 5 = 9 och 5 + 4 = 9, och 6 + 5 + 4 = 15.

Idén: *Barnen delar alla 27 kex lika, och var och en får det som fattas till 9.*

Lösning A: Jämna ut



Först får alla 5:
Omar 2, Saga 1, Liam 0
↓
15 − 3 = 12 kvar
↓
12 / 3 = 4 var
↓
Alla har 5 + 4 = 9 ✓

Från brickan:
Omar 6, Saga 5, Liam 4

Eleven ger först Omar 2 och Saga 1, så att alla har 5, och delar sedan resten lika.

Lösning B: Räkna alla kex



9 kex var.
De streckade är från brickan.

Alla kex:
3 + 4 + 5 + 15 = 27
↓
27 / 3 = 9 var
↓
Omar 9 − 3 = 6
Saga 9 − 4 = 5
Liam 9 − 5 = 4

Kontroll: 6 + 5 + 4 = 15 ✓

Eleven lägger ihop alla 27 kex, delar med 3 och räknar hur många var och en saknar till 9.

Lösning C: Tankevurpa

Brickan har 15 kex.

15 / 3 = 5

Svar: Alla får 5 från brickan.

Eleven delar kexen på brickan lika, men barnen ska ha lika många kex till slut.

Fråga: ”Hur många kex har Omar och Liam till slut med elevens svar?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför ger eleven i lösning A först kex till Omar och Saga?
2. Varför räknar eleven i lösning B alla kexen, också de på faten?
3. Var syns det i båda lösningarna att var och en får det som fattas till 9?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 barn, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Lärarens sida: Bas, problem 4, Chokladbollarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Gruppen vill göra 30 chokladbollar till klassens fest. Receptet räcker till 20 bollar, och till dem behövs 4 dl havregryn, 2 dl socker, 100 g smör och 2 msk kakao.

Hur mycket av varje sak behövs till 30 chokladbollar?

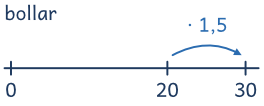
Problemet handlar om proportionalitet: fler bollar kräver mer av allt, i samma förhållande. Svaret är 6 dl havregryn, 3 dl socker, 150 g smör och 3 msk kakao. Eleverna lägger till halva receptet, eller tar varje mått gånger 1,5. Idén kommer ur Skolverkets Problembank för årskurs 4–6, Chokladbollar.

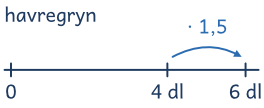
Lösning A

bollar	havregryn	socker	smör	kakao	
20	4 dl	2 dl	100 g	2 msk	
10	2 dl	1 dl	50 g	1 msk	↓ hälften
30	6 dl	3 dl	150 g	3 msk	20 och 10 ihop

Så räknade vi havregrynet:
4 / 2 = 2 dl och 4 + 2 = 6 dl

Lösning B





30 / 20 = 1,5
Allt gånger 1,5:
1,5 · 4 = 6 dl havregryn
1,5 · 2 = 3 dl socker
1,5 · 100 = 150 g smör
1,5 · 2 = 3 msk kakao

Kontroll per boll:
6 / 30 = 4 / 20 ✓

I passet	
Ringa in	Frågan, talen 20 och 30 bollar, och receptets mått.
Lyft ut	Vi vet: receptet räcker till 20 bollar, med 4 dl havregryn, 2 dl socker, 100 g smör och 2 msk kakao. Vi ska ta reda på: måtten för 30 bollar.
Ord och tal	Visa receptkortet och reda ut vad dl, g och msk betyder. Fråga: Vad räknar 20 och 30?
Förutse	Eleverna halverar receptet, tar allt gånger 1,5 eller räknar per boll. Någon lägger till 10 på varje mått, eftersom 30 är 10 fler än 20.
Kör de fast	Föreslå: Prova ett enklare problem med färre bollar. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att 10 bollar är hälften av receptet. Försök använda det!
Säg inte	Räkna ut receptet för 10 bollar först. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Bara havregrynet, 2 dl till 10 bollar. Hur mycket till 15 bollar? (3 dl) Större: Hur mycket behövs till 50 bollar? (10 dl havregryn, 5 dl socker, 250 g smör och 5 msk kakao) Hur många bollar räcker 1 kg smör till? (200)
Jämför	30 bollar kräver receptet en och en halv gång. I A lägger eleven till halva receptet, och i B tar eleven varje mått gånger 1,5.
Fel eller osäker	Ni säger 14 dl havregryn, eftersom 30 är 10 fler än 20. Hur kan ni kontrollera det mot receptet? *”Är svaret 6 dl havregryn?”* Hur kan ni kontrollera att det svarar på frågan?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Chokladbollarna

Gruppen vill göra 30 chokladbollar till klassens fest. Receptet räcker till 20 bollar, och till dem behövs 4 dl havregryn, 2 dl socker, 100 g smör och 2 msk kakao.

Chokladbollar

- havregryn
- socker
- smör
- kakao

Frågan

Hur mycket av varje sak behövs till 30 chokladbollar?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Chokladbollarna

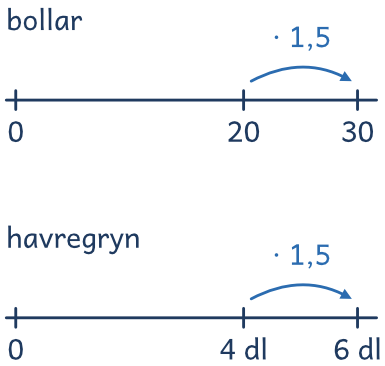
Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

bollar	havregryn	socker	smör	kakao	
20	4 dl	2 dl	100 g	2 msk	
10	2 dl	1 dl	50 g	1 msk	↓ hälften
30	6 dl	3 dl	150 g	3 msk	20 och 10 ihop

Så räknade vi havregrynet:
4 / 2 = 2 dl och 4 + 2 = 6 dl

Lösning B



30 / 20 = 1,5

Allt gånger 1,5:

1,5 · 4 = 6 dl havregryn
1,5 · 2 = 3 dl socker
1,5 · 100 = 150 g smör
1,5 · 2 = 3 msk kakao

Kontroll per boll:
6 / 30 = 4 / 20 ✓

Frågor att prata om

1. Hur får eleven i lösning A raden för 30 bollar?
2. Varför tar eleven i lösning B varje mått gånger 1,5?
3. Var syns det i båda lösningarna att 30 bollar kräver receptet en och en halv gång?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 70 bollar, och varför?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Samband och förändring

Chokladbollarna

Problemet

Gruppen vill göra 30 chokladbollar till klassens fest. Receptet räcker till 20 bollar, och till dem behövs 4 dl havregryn, 2 dl socker, 100 g smör och 2 msk kakao.



Hur mycket av varje sak behövs till 30 chokladbollar?

Svaret: 6 dl havregryn, 3 dl socker, 150 g smör och 3 msk kakao.
Kontroll: Per boll: 6 / 30 = 4 / 20, 3 / 30 = 2 / 20 och 150 / 30 = 100 / 20.

Idén: *30 bollar kräver receptet en och en halv gång.*

Lösning A: lägga till hälften

bollar	havregryn	socker	smör	kakao
20	4 dl	2 dl	100 g	2 msk
10	2 dl	1 dl	50 g	1 msk
30	6 dl	3 dl	150 g	3 msk

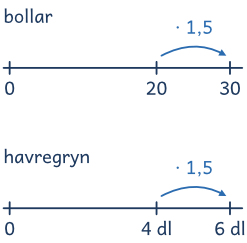
↓ hälften

20 och 10 ihop

Så räknade vi havregrynet:
4 / 2 = 2 dl och 4 + 2 = 6 dl

Eleven halverar receptet till 10 bollar och lägger ihop raderna för 20 och 10 bollar.

Lösning B: receptet 1,5 gånger



30 / 20 = 1,5
Allt gånger 1,5:
1,5 · 4 = 6 dl havregryn
1,5 · 2 = 3 dl socker
1,5 · 100 = 150 g smör
1,5 · 2 = 3 msk kakao

Kontroll per boll:
6 / 30 = 4 / 20 ✓

Eleven ser att 30 bollar är 1,5 gånger så många som 20 och tar varje mått gånger 1,5.

Lösning C: tankevurpa

30 bollar är 10 fler än 20.
4 + 10 = 14 och 2 + 10 = 12
100 + 10 = 110
Svar: 14, 12, 110 och 12.

Eleven lägger till 10 på varje mått. Bollarna blir 1,5 gånger så många, och måtten ska bli 1,5 gånger så stora.
Fråga: ”Vad ger elevens sätt för 10 bollar?”

Frågor om tankarna bakom

1. Hur får eleven i lösning A raden för 30 bollar?
2. Varför tar eleven i lösning B varje mått gånger 1,5?
3. Var syns det i båda lösningarna att 30 bollar kräver receptet en och en halv gång?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för 70 bollar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Lärarens sida: Bas, problem 5, Ljusstakarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

På ett slott finns 29 ljusstakar. Några av dem har plats för fem ljus, och några har plats för sju ljus. Sammanlagt behövs 187 ljus.

Hur många ljusstakar finns det av varje sort?

Problemet handlar om två okända tal som hänger ihop, antalet femarmade och antalet sjuarmade. Svaret är 8 femarmade och 21 sjuarmade. Eleverna räknar med multiplikation och addition i flera steg och ser att varje byte från femarmad till sjuarmad ger två ljus till. Problemet kommer ur Lithner m.fl. (2025).

Lösning A

femarmade	sjuarmade	ljus ihop
29	0	145 för få
19	10	165
9	20	185 nästan!
8	21	187 ✓

Så räknade vi andra raden:

19 · 5 = 95

10 · 7 = 70

95 + 70 = 165

Lösning B



en sjuarmad: 2 ljus till

Om alla 29 vore femarmade:

29 · 5 = 145 ljus

↓

187 − 145 = 42 ljus saknas

↓

42 / 2 = 21 sjuarmade

↓

29 − 21 = 8 femarmade

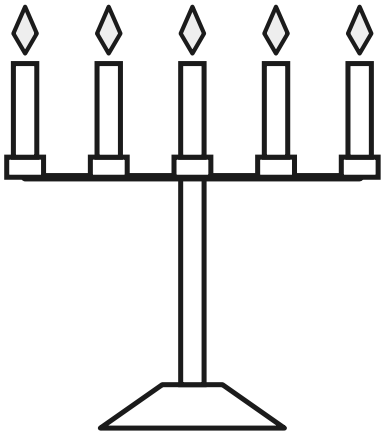
Kontroll: 8 · 5 + 21 · 7 = 40 + 147 = 187 ✓

I passet	
Ringa in	Frågan, talen 29 och 187, och orden *”fem ljus”* och *”sju ljus”*.
Lyft ut	Vi vet: 29 stakar, 187 ljus, fem eller sju ljus i varje. Vi ska ta reda på: hur många av varje sort, två okända tal.
Ord och tal	Peka på bilden och reda ut femarmad och sjuarmad. Fråga: Vad räknar 29, och vad räknar 187?
Förutse	Eleverna prövar antal, ritar stakar, gör en tabell eller tänker sig alla femarmade först. Ett vanligt fel är 26 sjuarmade och 1 femarmad, som bara är 27 stakar.
Kör de fast	Föreslå: Prova hur många av varje sort det kan vara, och räkna ljusen. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att 10 sjuarmade gav 165 ljus och 19 gav 183. Försök använda det!
Säg inte	Börja med 29 femarmade och byt en i taget. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: 8 stakar och 46 ljus (3 sjuarmade). Större: Kan 30 stakar ge 187 ljus? (Nej: 187 − 150 = 37 är udda) Hur många lösningar finns det, om antalet stakar är fritt? (6: 1, 6, 11, 16, 21 eller 26 sjuarmade)
Jämför	En sjuarmad har två ljus mer än en femarmad. I A ger tio byten 20 ljus, och i B delar eleven de 42 ljusen med 2.
Fel eller osäker	En elev svarade 26 sjuarmade och 1 femarmad. Hur kan ni kontrollera det mot problemet? *”Är svaret 187?”* Hur kan ni kontrollera att det svarar på frågan?

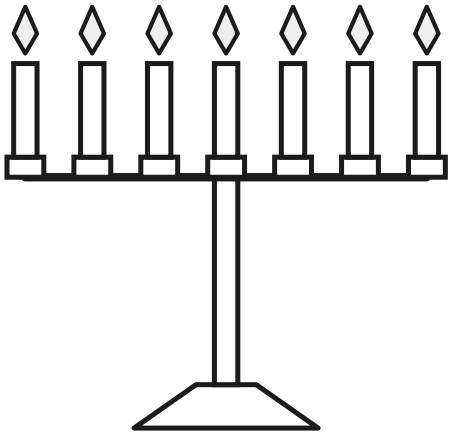
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Ljusstakarna

På ett slott finns 29 ljusstakar. Några av dem har plats för fem ljus, och några har plats för sju ljus. Sammanlagt behövs 187 ljus.



femarmad: 5 ljus



sjuarmad: 7 ljus

Frågan

Hur många ljusstakar finns det av varje sort?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Ljusstakarna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

femarmade	sjuarmade	ljus ihop
29	0	145 för få
19	10	165
9	20	185 nästan!
8	21	187 ✓

Så räknade vi andra raden:

19 · 5 = 95

10 · 7 = 70

95 + 70 = 165

Lösning B



en sjuarmad: 2 ljus till

Om alla 29 vore femarmade:

29 · 5 = 145 ljus

↓

187 − 145 = 42 ljus saknas

↓

42 / 2 = 21 sjuarmade

↓

29 − 21 = 8 femarmade

Kontroll: 8 · 5 + 21 · 7
= 40 + 147 = 187 ✓

Frågor att prata om

1. Vad gör eleven i lösning A från rad till rad?
2. Varför räknar eleven i lösning B 187 − 145?
3. Var syns det i båda lösningarna att en sjuarmad har två ljus mer än en femarmad?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om det var många fler stakar, och varför?

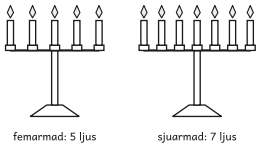
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Ljusstakarna

Problemet

På ett slott finns 29 ljusstakar. Några av dem har plats för fem ljus, och några har plats för sju ljus. Sammanlagt behövs 187 ljus.

Hur många ljusstakar finns det av varje sort?



Svaret: 8 femarmade och 21 sjuarmade.
Kontroll: 8 · 5 + 21 · 7 = 40 + 147 = 187, och 8 + 21 = 29.

Idén: *Två okända tal som hänger ihop: en sjuarmad har två ljus mer än en femarmad.*

Lösning A: byta tio i taget

femarmade	sjuarmade	ljus ihop
29	0	145 för få
19	10	165
9	20	185 nästan!
8	21	187 ✓

Så räknade vi andra raden:
19 · 5 = 95
10 · 7 = 70
95 + 70 = 165

Eleven prövar i en tabell och byter först tio stakar i taget och sedan en, tills ljusen blir 187.

Lösning B: alla är femarmade



Om alla 29 vore femarmade:
29 · 5 = 145 ljus
↓
187 − 145 = 42 ljus saknas
↓
42 / 2 = 21 sjuarmade
↓
29 − 21 = 8 femarmade

Kontroll: 8 · 5 + 21 · 7
= 40 + 147 = 187 ✓

Eleven tänker sig att alla 29 är femarmade och delar de 42 ljus som saknas med 2.

Lösning C: tankevurpa

26 · 7 = 182
182 + 5 = 187
Svar: 26 sjuarmade, 1 femarmad.

Stämmer med ljusen men inte med stakarna:
26 + 1 = 27, och det ska vara 29.
Fråga: ”Hur många stakar blir det i elevens svar?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad gör eleven i lösning A från rad till rad?
2. Varför räknar eleven i lösning B 187 − 145?
3. Var syns det i båda lösningarna att en sjuarmad har två ljus mer än en femarmad?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om det var många fler stakar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Problemet kommer ur Lithner m.fl. (2025).

Lärarens sida: Bas, problem 6, Tornet

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Moa bygger ett torn av kuber. Tornet har en stolpe i mitten och en trappa åt fyra håll. Tornet på bilden är 4 kuber högt.

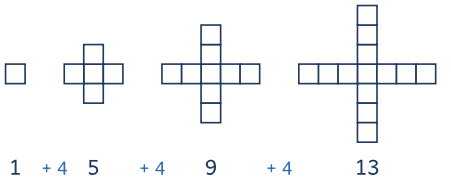
Hur många kuber behövs till tornet på bilden?

Hur många kuber behövs till ett torn som är 5 kuber högt?

Problemet handlar om att dela upp en figur av kuber, och om ett mönster som växer. Svaret är 28 kuber, och 45 när tornet är 5 kuber högt. Eleverna bygger, räknar lager för lager och ser en stolpe och fyra lika trappor. Material: multilinkkuber, 45 per par. Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Nämnaren 2024:2.

Lösning A

Lagren uppifrån:

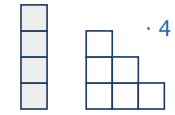


Varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.

1 + 5 + 9 + 13 = 28 kuber ✓

Höjden 5: ett lager till med 13 + 4 = 17, och 28 + 17 = 45 kuber ✓

Lösning B



stolpen 4

en trappa 3 + 2 + 1

Stolpen: 4 kuber

En trappa: 1 + 2 + 3 = 6

↓

Fyra trappor: 4 · 6 = 24

↓

4 + 24 = 28 kuber ✓

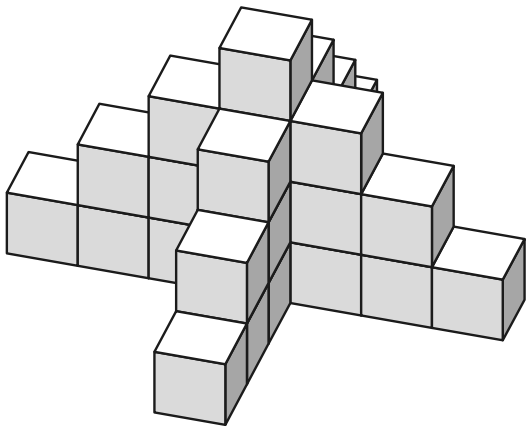
Höjden 5: en trappa har 1 + 2 + 3 + 4 = 10 kuber, och 5 + 4 · 10 = 45 kuber ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen 4 och 5, och orden stolpe, trappa och *”åt fyra håll”*.
Lyft ut	Vi vet: stolpen i mitten är 4 kuber hög, och fyra trappor går åt var sitt håll. Vi ska ta reda på: antalet kuber, när tornet är 4 och 5 kuber högt.
Ord och tal	Peka på stolpen och en trappa, och reda ut *”åt fyra håll”*. Fråga: Vad räknar 4 och 5? Hur många trappor finns det?
Förutse	Eleverna bygger med kuber, räknar lager eller räknar stolpen och trapporna var för sig. Någon räknar bara de kuber som syns.
Kör de fast	Föreslå: Bygg tornet med kuber och dela upp det. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att alla fyra trapporna är lika. Försök använda det!
Säg inte	Räkna stolpen för sig, räkna en trappa och ta den fyra gånger. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Ett torn som är 2 kuber högt, och sedan 3 (6 och 15 kuber). Större: Hur många kuber behövs till ett torn som är 10 kuber högt? (190) Hur kan ni räkna utan att bygga? (Stolpen och fyra trappor med 45 kuber var: 10 + 4 · 45 = 190)
Jämför	De fyra trapporna är lika. I A har varje lager 4 kuber mer än lagret ovanför, en i varje trappa, och i B tar eleven en trappa 4 gånger.
Fel eller osäker	Ni säger att det blir 13 kuber. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? Ni säger 4 · 10 = 40 kuber till tornet som är 5 högt. Hur kan ni kontrollera det med tornet ni har byggt?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Tornet

Moa bygger ett torn av kuber. Tornet har en stolpe i mitten och en trappa åt fyra håll. Tornet på bilden är 4 kuber högt.



tornet, 4 kuber högt

Frågorna

1. Hur många kuber behövs till tornet på bilden?
2. Hur många kuber behövs till ett torn som är 5 kuber högt?

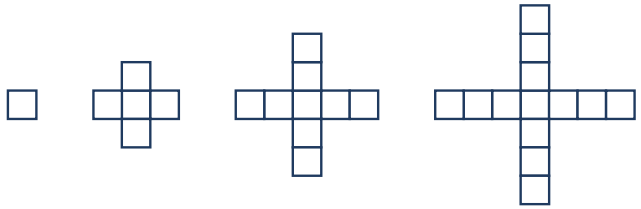
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Tornet

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

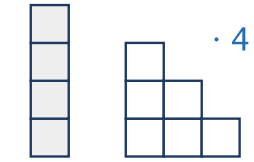
Lagren uppifrån:



Varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.

1 + 5 + 9 + 13 = 28 kuber ✓

Höjden 5: ett lager till med 13 + 4 = 17,
och 28 + 17 = 45 kuber ✓



Lösning B

Stolpen: 4 kuber
En trappa: 1 + 2 + 3 = 6
↓
Fyra trappor: 4 · 6 = 24
↓
4 + 24 = 28 kuber ✓

Höjden 5: en trappa har
1 + 2 + 3 + 4 = 10 kuber, och
5 + 4 · 10 = 45 kuber ✓

Frågor att prata om

1. Vad räknar eleven i lösning A i varje lager, och hur växer lagren?
2. Varför räknar eleven i lösning B en trappa och tar den fyra gånger?
3. Var syns det i båda lösningarna att de fyra trapporna är lika?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för ett torn som är 10 kuber högt, och varför?

Till läraren · I passet: Dela ut bladet i Jämföra, när paren har prövat. Lärarens sida säger vad som är lika i lösningarna.

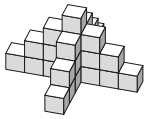
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Algebra

Tornet

Problemet

Moa bygger ett torn av kuber. Tornet har en stolpe i mitten och en trappa åt fyra håll. Tornet på bilden är 4 kuber högt.



tornet, 4 kuber högt

Hur många kuber behövs till tornet på bilden?

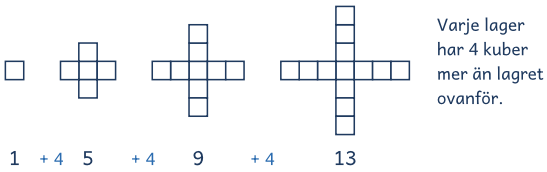
Hur många kuber behövs till ett torn som är 5 kuber högt?

Svaret: 28 kuber, och 45 kuber när tornet är 5 kuber högt.
Kontroll: Stolpe och trappor: $4 + 4 \cdot (1 + 2 + 3) = 28$ och $5 + 4 \cdot 10 = 45$.

Idén: *De fyra trapporna är lika, så varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.*

Lösning A: lager för lager

Lagren uppifrån:



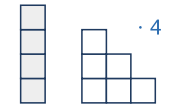
Varje lager har 4 kuber mer än lagret ovanför.

$1 + 5 + 9 + 13 = 28$ kuber ✓

Höjden 5: ett lager till med $13 + 4 = 17$, och $28 + 17 = 45$ kuber ✓

Eleven räknar lagren uppifrån, 1, 5, 9 och 13 kuber, och ser att varje lager har 4 kuber mer.

Lösning B: stolpen och fyra trappor



Stolpen: 4 kuber
En trappa: $1 + 2 + 3 = 6$
↓
Fyra trappor: $4 \cdot 6 = 24$
↓
$4 + 24 = 28$ kuber ✓

Höjden 5: en trappa har $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ kuber, och $5 + 4 \cdot 10 = 45$ kuber ✓

Eleven räknar stolpen för sig och en trappa, och tar trappan fyra gånger.

Lösning C: tankevurpa

$1 + 2 + 3 = 6$ och $4 \cdot 6 = 24$

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

$4 \cdot 10 = 40$

Svar: 24 och 40 kuber.

Fyra trappor stämmer, men stolpen i mitten saknas: $24 + 4 = 28$ och $40 + 5 = 45$.

Fråga: ”Vilka kuber har eleven inte räknat?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad räknar eleven i lösning A i varje lager, och hur växer lagren?
2. Varför räknar eleven i lösning B en trappa och tar den fyra gånger?
3. Var syns det i båda lösningarna att de fyra trapporna är lika?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja för ett torn som är 10 kuber högt, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Hagland, Hedrén och Taflin (2005) och Nämnaren 2024:2.

Lärarens sida: Bas, problem 7, Matcherna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Fyra lag spelar bandy i en turnering. Varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen.

Hur många matcher blir det i turneringen?

Hur många matcher blir det, om 6 lag är med?

Problemet handlar om kombinatorik: hur många par som går att bilda av några lag. Svaret är 6 matcher med 4 lag och 15 matcher med 6 lag. Eleverna listar i ordning, ritar och ser att samma match inte ska räknas två gånger. Idén kommer ur Skolverkets Problembank för årskurs 4–6, Bandy.

Lösning A

6 lag:

AB AC AD AE AF	5
BC BD BE BF	4
CD CE CF	3
DE DF	2
EF	1

5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 ✓ matcher

4 lag:

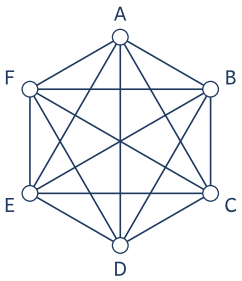
AB AC AD

BC BD

CD

3 + 2 + 1 = 6 ✓

Lösning B



Varje lag har 5 streck:

6 · 5 = 30

↓

Varje streck har två lag, så det är räknat två gånger:

↓

30 / 2 = 15 matcher ✓

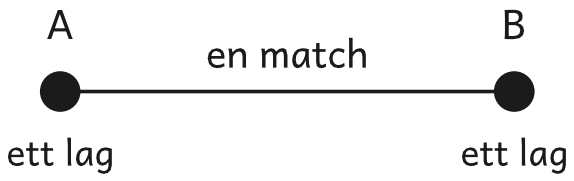
4 lag: 4 · 3 = 12
och 12 / 2 = 6 matcher ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen fyra och 6, och orden *”varje lag”*, *”en match”* och *”vart och ett”*.
Lyft ut	Vi vet: 4 lag, och varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen. Vi ska ta reda på: antalet matcher med 4 lag och med 6 lag.
Ord och tal	Reda ut turnering och match. Peka på prickarna och strecket: varje prick är ett lag, och strecket en match. Fråga: Vad räknar 4 och 6?
Förutse	Paren listar matcherna, ritar prickar med streck eller gör ett schema. Någon räknar lag A mot lag B och lag B mot lag A som två matcher.
Kör de fast	Föreslå: Skriv upp matcherna i en ordning, så att ingen saknas. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att lag A spelar 3 matcher. Försök använda det!
Säg inte	Varje match räknas två gånger, så dela med 2. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: 3 lag, och sedan 4 lag (3 och 6 matcher). Större: Hur många matcher blir det med 10 lag? (45) Hur många lag är med, om det blir 28 matcher? (8)
Jämför	Varje match är ett par lag, som bara räknas en gång. I lösning A står varje par en gång i listan, och i lösning B delas 30 med 2.
Fel eller osäker	Ni säger att det blir 12 matcher. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? Ni säger att ni har alla 15. Hur kan ni kontrollera att ingen match saknas?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Matcherna

Fyra lag spelar bandy i en turnering. Varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen.



Frågorna

1. Hur många matcher blir det i turneringen?
2. Hur många matcher blir det, om 6 lag är med?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Matcherna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

6 lag:

AB AC AD AE AF	5
BC BD BE BF	4
CD CE CF	3
DE DF	2
EF	1

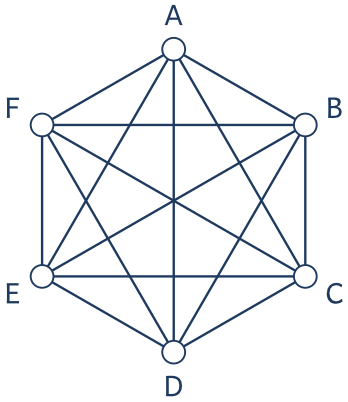
5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 ✓
matcher

4 lag:

AB AC AD	
BC BD	
CD	

3 + 2 + 1 = 6 ✓

Lösning B



Varje lag har 5 streck:
6 · 5 = 30
↓
Varje streck har två lag,
så det är räknat två gånger:
↓
30 / 2 = 15 matcher ✓

4 lag: 4 · 3 = 12
och 12 / 2 = 6 matcher ✓

Frågor att prata om

1. Varför skriver eleven i lösning A en match mindre på varje rad?
2. Varför delar eleven i lösning B 30 med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att lag A mot lag B och B mot A är samma match?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 lag, och varför?

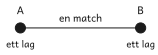
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Matcherna

Problemet

Fyra lag spelar bandy i en turnering. Varje lag spelar en match mot vart och ett av de andra lagen.



Hur många matcher blir det i turneringen?

Hur många matcher blir det, om 6 lag är med?

Svaret: 6 matcher med 4 lag och 15 matcher med 6 lag.
Kontroll: AB, AC, AD, BC, BD och CD är 6 matcher, och 6 · 5 / 2 = 15.

Idén: *Varje match är ett par lag, som bara räknas en gång.*

Lösning A: en lista i ordning

6 lag:

AB AC AD AE AF	5
BC BD BE BF	4
CD CE CF	3
DE DF	2
EF	1

5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 ✓
matcher

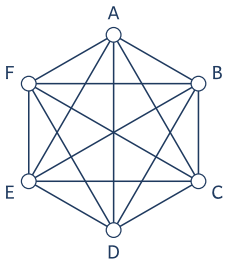
4 lag:

AB AC AD	
BC BD	
CD	

3 + 2 + 1 = 6 ✓

Eleven listar lag A:s matcher först, sedan B:s nya, och får en match mindre för varje lag.

Lösning B: prickar och streck



Varje lag har 5 streck:
6 · 5 = 30
↓
Varje streck har två lag, så det är räknat två gånger:
↓
30 / 2 = 15 matcher ✓

4 lag: 4 · 3 = 12
och 12 / 2 = 6 matcher ✓

Eleven drar 5 streck från varje lag och delar 30 med 2, eftersom varje streck räknas två gånger.

Lösning C: tankevurpa

Med 4 lag spelar varje lag 3.
4 · 3 = 12 och 6 · 5 = 30
Svar: 12 och 30 matcher.

Varje match är räknad två gånger, som A mot B och B mot A, och de är samma match.
Fråga: ”Hur kan ni kontrollera 12 med en lista?”

Frågor om tankarna bakom

1. Varför skriver eleven i lösning A en match mindre på varje rad?
2. Varför delar eleven i lösning B 30 med 2?
3. Var syns det i båda lösningarna att lag A mot lag B och B mot A är samma match?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med 10 lag, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Lärarens sida: Bas, problem 8, Tärningarna

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

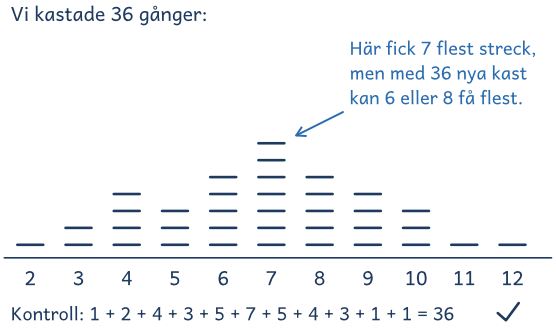
Sam och Ida kastar två vanliga tärningar, med 1 till 6 prickar. De lägger ihop prickarna och får kastets summa. Kastet på bilden har summan 4 + 6 = 10.

Vilken summa kommer oftast, om de kastar många gånger?

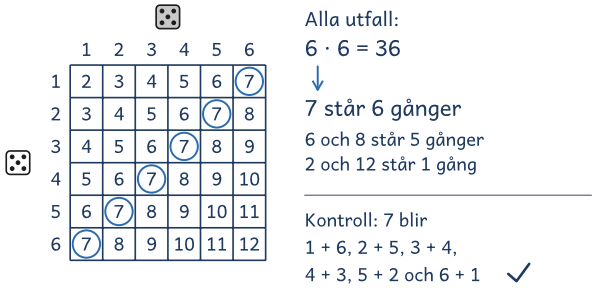
Hur kan ni visa att det är så?

Problemet handlar om chans: varför vissa summor kommer oftare än andra. Svaret är 7, som kommer i 6 av 36 utfall. Eleverna kastar, för streck och listar alla utfall, och ser att 3 + 4 och 4 + 3 är olika. Material: två tärningar i olika färg per par. Idén kommer ur Skolverkets Problembank för årskurs 4–6, Tärningar, och nrich.

Lösning A



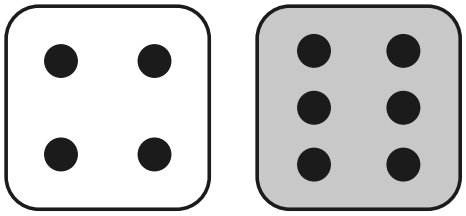
Lösning B



I passet	
Ringa in	Frågorna och orden *”två tärningar”*, *”lägger ihop”*, summa och oftast.
Lyft ut	Vi vet: två tärningar med 1 till 6 prickar, och summan är prickarna ihop. Vi ska ta reda på: vilken summa som kommer oftast, och varför.
Ord och tal	Reda ut summa med kastet på bilden, och vad oftast betyder. Fråga: Vilka summor kan ni få? Vilken är minst och vilken störst?
Förutse	Paren kastar och för streck, listar eller gör en tabell. Någon tror att alla summor är lika vanliga. I 36 kast får ofta en annan summa än 7 flest streck.
Kör de fast	Föreslå: Kasta tärningarna och skriv upp summorna. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att 7 kan bli 1 + 6 och 2 + 5. Försök använda det!
Säg inte	3 + 4 och 4 + 3 är olika kast, så räkna båda. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Två högar med korten 1, 2 och 3, och ett kort ur varje (4 är vanligast). Större: Vilka summor är lika vanliga? (Summor lika långt från 7, som 6 och 8) Vilken skillnad kommer oftast, det större talet minus det mindre? (1, i 10 av 36)
Jämför	7 kan bli på flest sätt, 6 av 36 i B. Jämför kasten i A och gruppens kast med de 36 utfallen. Med fler kast får 7 oftast flest streck, men det är inte säkert.
Fel eller osäker	Ni säger att 6, 7 och 8 går på 3 sätt var. Hur kan ni kontrollera det med en vit och en grå tärning? *”Är 7 rätt?”* Hur kan ni kontrollera det mot problemet?

Tärningarna

Sam och Ida kastar två vanliga tärningar, med 1 till 6 prickar. De lägger ihop prickarna och får kastets summa. Kastet på bilden har summan 4 + 6 = 10.



4 + 6 = 10

Frågorna

1. Vilken summa kommer oftast, om de kastar många gånger?
2. Hur kan ni visa att det är så?

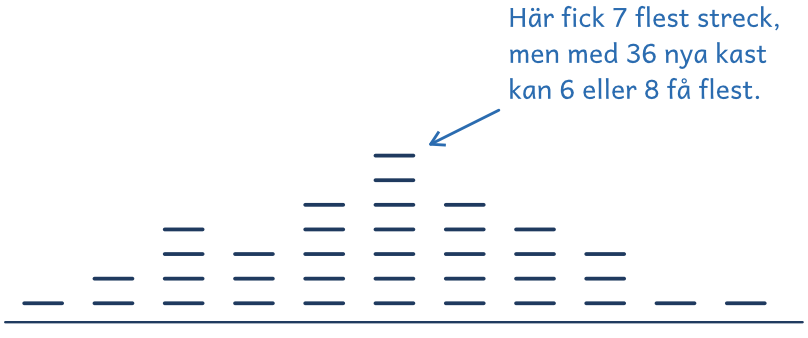
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Tärningarna

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

Vi kastade 36 gånger:



Kontroll: 1 + 2 + 4 + 3 + 5 + 7 + 5 + 4 + 3 + 1 + 1 = 36 ✓

Lösning B



	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	(7)
2	3	4	5	6	(7)	8
3	4	5	6	(7)	8	9
4	5	6	(7)	8	9	10
5	6	(7)	8	9	10	11
6	(7)	8	9	10	11	12

Alla utfall:

$6 \cdot 6 = 36$

↓

7 står 6 gånger

6 och 8 står 5 gånger

2 och 12 står 1 gång

Kontroll: 7 blir

1 + 6, 2 + 5, 3 + 4,

4 + 3, 5 + 2 och 6 + 1 ✓

Frågor att prata om

1. Vad gör eleven i lösning A, och vad visar strecken?
2. Varför står både 3 + 4 och 4 + 3 i tabellen i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att 7 är vanligast, och vilken visar varför?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med tre tärningar, och varför?

Till läraren · I passet: Dela ut bladet i Jämföra, när paren har prövat. Lärarens sida säger vad som är lika i lösningarna.

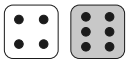
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Sannolikhet och statistik

Tärningarna

Problemet

Sam och Ida kastar två vanliga tärningar, med 1 till 6 prickar. De lägger ihop prickarna och får kastets summa. Kastet på bilden har summan 4 + 6 = 10.



4 + 6 = 10

Vilken summa kommer oftast, om de kastar många gånger?

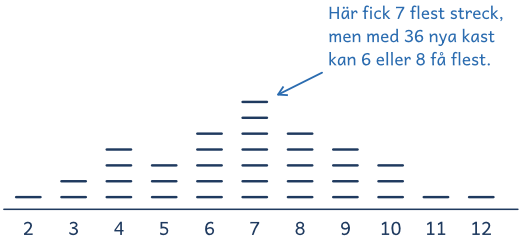
Hur kan ni visa att det är så?

Svaret: 7, som kommer i 6 av 36 utfall. En tabell med alla utfall visar det.
Kontroll: Av 6 · 6 = 36 utfall ger 6 summan 7, och 5 var ger summorna 6 och 8.

Idén: *Summan 7 kan bli på flest sätt, i 6 av de 36 utfallen.*

Lösning A: kasta och sätta streck

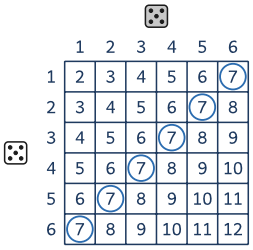
Vi kastade 36 gånger:



Kontroll: 1 + 2 + 4 + 3 + 5 + 7 + 5 + 4 + 3 + 1 + 1 = 36 ✓

Eleven kastar 36 gånger. Här fick 7 flest streck, men med 36 nya kast kan 6 eller 8 få flest.

Lösning B: alla möjliga utfall



	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	(7)
2	3	4	5	6	(7)	8
3	4	5	6	(7)	8	9
4	5	6	(7)	8	9	10
5	6	(7)	8	9	10	11
6	(7)	8	9	10	11	12

Alla utfall:
6 · 6 = 36
↓
7 står 6 gånger
6 och 8 står 5 gånger
2 och 12 står 1 gång

Kontroll: 7 blir
1 + 6, 2 + 5, 3 + 4,
4 + 3, 5 + 2 och 6 + 1 ✓

Eleven skriver summorna i en tabell med den vita och den grå tärningen, och 7 står sex gånger.

Lösning C: tankevurpa

7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4
6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3
8 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4
Svar: 6, 7 och 8 lika vanliga.

3 + 4 och 4 + 3 är olika kast, så 7 går på 6 sätt.
Fråga: ”Hur kan ni pröva elevens svar med en vit och en grå tärning?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad gör eleven i lösning A, och vad visar strecken?
2. Varför står både 3 + 4 och 4 + 3 i tabellen i lösning B?
3. Var syns det i båda lösningarna att 7 är vanligast, och vilken visar varför?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med tre tärningar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Lärarens sida: Bas, problem 9, Parken

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

Nora och Elias går runt var sin park. Noras park är en kvadrat med sidan 50 m. Elias park är en rektangel som är 100 m lång och 50 m bred. De börjar samtidigt i punkten A, där parkerna möts, och går lika fort.

Hur många meter är det runt varje park?

Hur många varv har var och en gått, när de möts i A igen för första gången?

Problemet handlar om omkrets och om när två varv av olika längd går jämnt ut, vilket är idén bakom gemensamma multiplar. Parkerna är 200 m och 300 m runt. De möts i A efter 600 m, när Nora har gått 3 varv och Elias 2. Eleverna räknar omkretsen och hoppar på tallinjer. Idén kommer ur Känguru 2022, Ecolier nr 22.

Lösning A

Nora: 50 + 50 + 50 + 50 = 200 m
Elias: 100 + 50 + 100 + 50 = 300 m

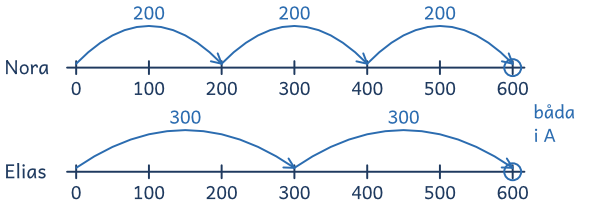
varv	Nora	Elias
1	200 m	300 m
2	400 m	600 m
3	600 m	900 m

Båda har gått 600 m och är i A.

Nora: 3 varv ✓
Elias: 2 varv ✓

Lösning B

Runt: 4 · 50 = 200 m och 2 · 100 + 2 · 50 = 300 m

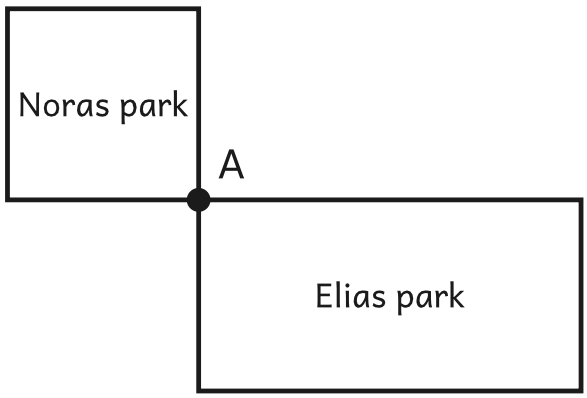


Nora: 600 / 200 = 3 varv Elias: 600 / 300 = 2 varv ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, måtten 50 m och 100 m, och orden runt, samtidigt, *”lika fort”* och *”i A igen”*.
Lyft ut	Vi vet: sidorna 50 m och 100 m, och att de går samtidigt och lika fort från A. Vi ska ta reda på: hur långt det är runt, och varven när de möts i A.
Ord och tal	Reda ut runt, varv och samtidigt. Följ en park runt med fingret från A. Fråga: Vad står 50 och 100 för?
Förutse	Paren räknar omkretsen först, gör en tabell med meter, följer bilden bit för bit eller hoppar på en tallinje. Någon svarar 2, som bara är Elias varv.
Kör de fast	Föreslå: Följ parkerna på bilden, en bit i taget. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att Nora är tillbaka i A efter 200 m. Försök använda det!
Säg inte	De möts när båda har gått 600 m. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Parkerna är 20 m och 30 m runt (de möts efter 60 m, 3 och 2 varv). Större: Om Elias park är 150 m lång och 100 m bred, när möts de i A då? (Efter 1 000 m: 5 och 2 varv)
Jämför	De möts i punkten A när båda har gått hela varv och lika långt. I lösning A står 600 i båda kolumnerna, och i lösning B landar bådas hopp på 600.
Fel eller osäker	Ni säger att Noras park är 50 m runt. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? *”Är svaret 2 varv?”* Hur kan ni kontrollera att det svarar på frågan?

Parken

Nora och Elias går runt var sin park. Noras park är en kvadrat med sidan 50 m. Elias park är en rektangel som är 100 m lång och 50 m bred. De börjar samtidigt i punkten A, där parkerna möts, och går lika fort.



Frågorna

1. Hur många meter är det runt varje park?
2. Hur många varv har var och en gått, när de möts i A igen för första gången?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Parken

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A

Nora: 50 + 50 + 50 + 50 = 200 m
Elias: 100 + 50 + 100 + 50 = 300 m

varv	Nora	Elias
1	200 m	300 m
2	400 m	600 m
3	600 m	900 m

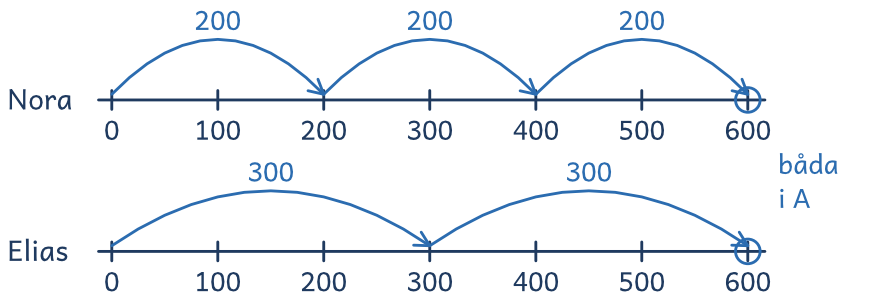
Båda har gått 600 m och är i A.

Nora: 3 varv ✓

Elias: 2 varv ✓

Lösning B

Runt: 4 · 50 = 200 m och 2 · 100 + 2 · 50 = 300 m



Nora: 600 / 200 = 3 varv

Elias: 600 / 300 = 2 varv ✓

Frågor att prata om

1. Vad skriver eleven i lösning A på varje rad i tabellen?
2. Varför letar eleven i lösning B efter det första talet där båda landar?
3. Var syns 600 m i båda lösningarna, och varför möts de i A just då?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om parkerna var 400 m och 600 m runt, och varför?

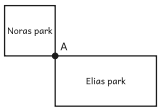
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Geometri

Parken

Problemet

Nora och Elias går runt var sin park. Noras park är en kvadrat med sidan 50 m. Elias park är en rektangel som är 100 m lång och 50 m bred. De börjar samtidigt i punkten A, där parkerna möts, och går lika fort.



Hur många meter är det runt varje park?

Hur många varv har var och en gått, när de möts i A igen för första gången?

Svaret: Parkerna är 200 m och 300 m runt. Nora går 3 varv och Elias 2.
Kontroll: 4 · 50 = 200, 2 · 100 + 2 · 50 = 300, och 3 · 200 = 2 · 300 = 600.

Idén: *De möts i punkten A när båda har gått hela varv och lika långt.*

Lösning A: meter efter varje varv

Nora: 50 + 50 + 50 + 50 = 200 m
Elias: 100 + 50 + 100 + 50 = 300 m

varv	Nora	Elias
1	200 m	300 m
2	400 m	600 m
3	600 m	900 m

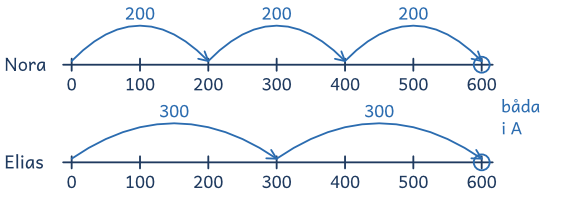
Båda har gått 600 m och är i A.

Nora: 3 varv ✓
Elias: 2 varv ✓

Eleven skriver hur långt var och en har gått efter varje varv, tills samma tal står hos båda.

Lösning B: hopp på tallinjer

Runt: 4 · 50 = 200 m och 2 · 100 + 2 · 50 = 300 m



Nora: 600 / 200 = 3 varv Elias: 600 / 300 = 2 varv ✓

Eleven hoppar 200 m och 300 m i taget på två tallinjer och letar efter första talet där båda landar.

Lösning C: tankevurpa

Nora: 4 · 50 = 200 m

Elias: 2 · 100 + 2 · 50 = 300 m

2 · 300 = 600

Svar: 200 m, 300 m och 2 varv.

Omkretsen stämmer, men 2 varv är bara Elias varv. Nora har gått 600 / 200 = 3 varv.
Fråga: ”Var är Elias när Nora har gått 2 varv?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad skriver eleven i lösning A på varje rad i tabellen?
2. Varför letar eleven i lösning B efter det första talet där båda landar?
3. Var syns 600 m i båda lösningarna, och varför möts de i A just då?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja om parkerna var 400 m och 600 m runt, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.

Idén kommer ur Känguru 2022, Ecolier nr 22.

Lärarens sida: Bas, problem 10, Vågen

Problemlösning i grupp · åk 4–9

Problemet

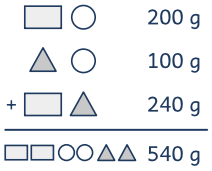
Lina har tre klossar: en rektangel, en cirkel och en triangel. Hon väger två klossar i taget. Rektangeln och cirkeln väger 200 g. Triangeln och cirkeln väger 100 g. Rektangeln och triangeln väger 240 g.

Hur mycket väger alla tre klossarna tillsammans?

Hur mycket väger varje kloss?

Problemet handlar om likheter: tre okända vikter som hänger ihop två och två. Svaret är 270 g, och rektangeln väger 170 g, cirkeln 30 g och triangeln 70 g. Eleverna lägger ihop och jämför vägningar, och ser att varje kloss står på två vågar. Idén kommer ur Känguru 2024, Ecolier nr 19.

Lösning A



200 + 100 + 240 = 540 g

Varje kloss är med två gånger.

Alla tre:

540 / 2 = 270 g ✓

↓

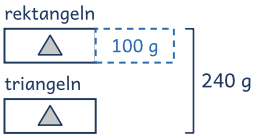
Varje kloss:

cirkeln 270 − 240 = 30 g

triangeln 270 − 200 = 70 g

rektangeln 270 − 100 = 170 g

Lösning B



Båda vågarna med cirkeln:

200 − 100 = 100 g

mer för rektangeln

↓

240 − 100 = 140 g

är två trianglar

↓

140 / 2 = 70 g triangeln

70 + 100 = 170 g rektangeln

100 − 70 = 30 g cirkeln

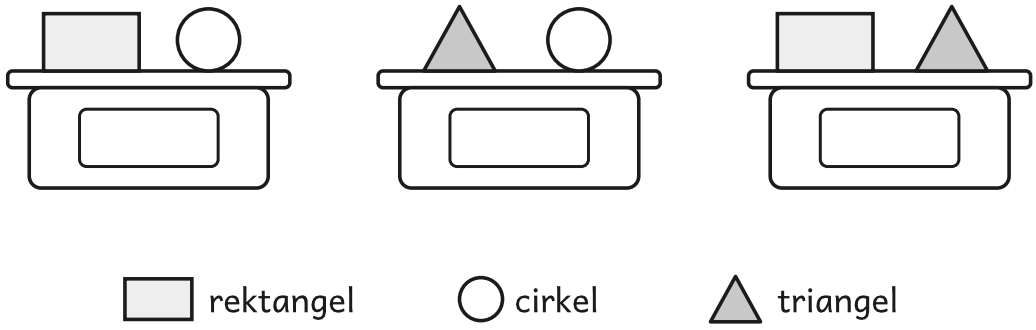
Alla tre: 170 + 70 + 30 = 270 g ✓

I passet	
Ringa in	Frågorna, talen 200, 100 och 240, och orden *”två i taget”*, *”alla tre”* och *”varje kloss”*.
Lyft ut	Vi vet: rektangel och cirkel 200 g, triangel och cirkel 100 g, rektangel och triangel 240 g. Vi ska ta reda på: alla tre ihop, och varje kloss.
Ord och tal	Visa rektangeln, cirkeln och triangeln på bilden, och vågarna, som visar två klossar ihop. Fråga: Vad väger 200 g?
Förutse	Paren prövar vikter, jämför vågarna två och två eller lägger ihop allt först. Någon svarar 540 g.
Kör de fast	Föreslå: Gissa vad cirkeln väger, och pröva gissningen på vågarna. Efter några försök: Berätta vad ni har gjort! Ni sa att rektangeln väger 100 g mer än triangeln. Försök använda det!
Säg inte	Lägg ihop vågarna, så är varje kloss med två gånger. Det ger bort lösningen.
Mindre och större	Mindre: Vågarna visar 50 g, 30 g och 60 g (70 g, rektangeln 40, cirkeln 10 och triangeln 20). Större: Vågarna visar 300 g, 200 g och 300 g. Vad väger alla tre, och varje kloss? (400 g, rektangeln 200 och de andra 100 var)
Jämför	Varje kloss står på två vågar. I A är därför 540 g två av varje kloss, och i B ger de två vågarna med cirkeln skillnaden 100 g.
Fel eller osäker	Ni säger att alla tre väger 540 g. Hur kan ni kontrollera att det stämmer med problemet? *”Väger cirkeln 30 g?”* Hur kan ni kontrollera det på alla tre vågarna?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Vågen

Lina har tre klossar: en rektangel, en cirkel och en triangel. Hon väger två klossar i taget. Rektangeln och cirkeln väger 200 g. Triangeln och cirkeln väger 100 g. Rektangeln och triangeln väger 240 g.



Frågorna

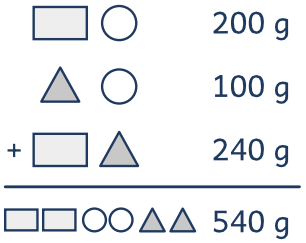
1. Hur mycket väger alla tre klossarna tillsammans?
2. Hur mycket väger varje kloss?

© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Vågen

Två elever har löst problemet på olika sätt. Titta först på lösning A och sedan på B, och prata om frågorna.

Lösning A



200 + 100 + 240 = 540 g

Varje kloss är med två gånger.

Alla tre:

540 / 2 = 270 g ✓

↓

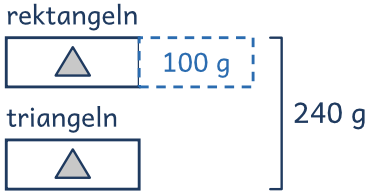
Varje kloss:

cirkeln 270 − 240 = 30 g

triangeln 270 − 200 = 70 g

rektangeln 270 − 100 = 170 g

Lösning B



Båda vågarna med cirkeln:

200 − 100 = 100 g

mer för rektangeln

↓

240 − 100 = 140 g

är två trianglar

↓

140 / 2 = 70 g triangeln

70 + 100 = 170 g rektangeln

100 − 70 = 30 g cirkeln

Alla tre: 170 + 70 + 30 = 270 g ✓

Frågor att prata om

1. Vad lägger eleven ihop i lösning A, och vad är 540 g?
2. Varför räknar eleven i lösning B 200 − 100?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje kloss står på två vågar?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fyra klossar, och varför?

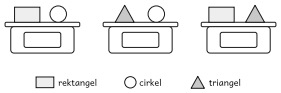
© Niclas Fohlin · niclasfohlin.se/stodundervisning/problemlosning-i-grupp

Lösningsförslag · Algebra

Vågen

Problemet

Lina har tre klossar: en rektangel, en cirkel och en triangel. Hon väger två klossar i taget. Rektangeln och cirkeln väger 200 g. Triangeln och cirkeln väger 100 g. Rektangeln och triangeln väger 240 g.



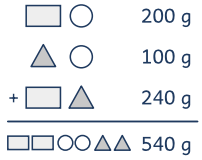
Hur mycket väger alla tre klossarna tillsammans?

Hur mycket väger varje kloss?

Svaret: 270 g. Rektangeln väger 170 g, cirkeln 30 g och triangeln 70 g.
Kontroll: 170 + 30 = 200, 70 + 30 = 100, 170 + 70 = 240 och 170 + 30 + 70 = 270.

Idén: *Tre okända vikter som hänger ihop: varje kloss står på två vågar.*

Lösning A: Lägga ihop vågarna



200 + 100 + 240 = 540 g

Varje kloss är med två gånger.

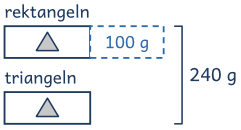
Alla tre:
540 / 2 = 270 g ✓

↓

Varje kloss:
cirkeln 270 − 240 = 30 g
triangeln 270 − 200 = 70 g
rektangeln 270 − 100 = 170 g

Eleven lägger ihop alla tre vågarna, 540 g, och delar med 2 eftersom varje kloss är med två gånger.

Lösning B: Jämföra vågarna



Båda vågarna med cirkeln:
200 − 100 = 100 g
mer för rektangeln
↓
240 − 100 = 140 g
är två trianglar
↓
140 / 2 = 70 g triangeln
70 + 100 = 170 g rektangeln
100 − 70 = 30 g cirkeln

Alla tre: 170 + 70 + 30 = 270 g ✓

Eleven jämför de två vågarna med cirkeln och ser att rektangeln väger 100 g mer än triangeln.

Lösning C: Tankevurpa

Vågarna: 200, 100 och 240 g
200 + 100 + 240 = 540
Svar: Alla tre väger 540 g.

Varje kloss står på två vågar, så 540 g är alla tre klossarna två gånger.
Fråga: ”Hur kan ni kontrollera 540 g mot vågarna?”

Frågor om tankarna bakom

1. Vad lägger eleven ihop i lösning A, och vad är 540 g?
2. Varför räknar eleven i lösning B 200 − 100?
3. Var syns det i båda lösningarna att varje kloss står på två vågar?
4. Vilken lösning liknar er egen? Vilken skulle ni välja med fyra klossar, och varför?

Visa och jämför lösningar

- **Först.** Låt eleverna lösa problemet på sitt sätt. Fråga innan du visar: ”Hur tänkte ni?”
- **Två sätt.** Visa två lösningar bredvid varandra, A och B eller två elevers. Börja med det vanligaste, och täck det andra tills det första är förklarat.
- **Tankevurpan.** Säg att lösning C kommer från en annan skola, så att ingen i gruppen känner sig utpekad. Låt eleverna hitta tankevurpan, och ställ frågan bredvid C när de kör fast.
- **Tankarna bakom.** Låt eleverna förklara med egna ord. Säg rätt eller fel först när gruppen har prövat svaret mot problemet.
- **Det gemensamma.** Avsluta med det som är lika i lösningarna, idén, så att eleverna kan använda den igen.